

L8. CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM ANGULAR USANDO UNA MASA PUNTUAL

OBJETIVO

En este experimento se verificará la conservación del momentum angular prediciendo la nueva velocidad angular que se tendría cuando se disminuye el radio de la órbita circular en la que gira una masa puntual.

EQUIPO

Accesorio de inercia rotacional, plataforma rotante, polea ligera, balanza y cronómetro.
 Tubito de hilo delgado fuerte (L_0 debe traer cada sub-grupo).

MARCO TEÓRICO

Momentum Angular de la partícula

El **momentum angular** con respecto a un punto O (Fig. 1) de una partícula de masa m que se mueve con velocidad \mathbf{v} (y por tanto con momentum $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$) está definido por el producto vectorial

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \text{o} \quad \vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$$

donde \mathbf{r} es el vector posición, en relación con O . El momentum angular es, por tanto un vector perpendicular al plano determinado por \mathbf{r} y \mathbf{v} , además su magnitud depende de la posición del punto O y está dada por.

$$L = mrv\sin\theta$$

donde θ es el ángulo entre \mathbf{r} y \mathbf{v} . El momentum angular de la partícula en general cambia de magnitud y dirección conforme la partícula se mueve. Sin embargo, para una partícula que se mueve en el plano que contiene \mathbf{r} y \mathbf{v} , la dirección del momentum angular permanece igual perpendicular al plano ya que \mathbf{r} y \mathbf{v} están en dicho plano. Para el caso especial del movimiento circular (Fig. 2), cuando L se calcula respecto al centro del círculo, los vectores \mathbf{r} y \mathbf{v} son perpendiculares ($\theta = 90^\circ$) y $v = \omega r$, de modo que

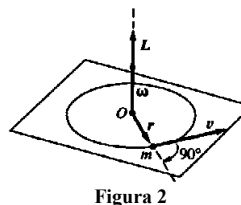
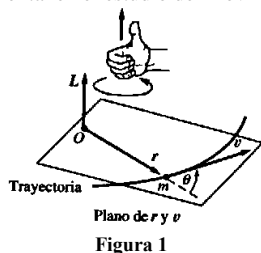
$$L = mrv = mr^2\omega = I\omega, \quad \text{vectorialmente} \quad \vec{L} = mr^2\vec{\omega} = I\vec{\omega}$$

Donde $I = mr^2$ es la inercia rotacional de la partícula de masa m . El momentum angular y el torque de las fuerzas que actúan sobre una partícula (ambas cantidades evaluadas con respecto al mismo punto), tienen una relación muy importante:

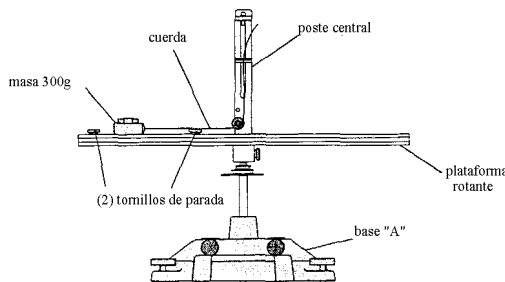
La tasa de cambio con respecto al tiempo del momentum angular de una partícula es igual al torque de la fuerza aplicada a la partícula.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$$

Esta relación es fundamental en el estudio del movimiento rotacional.



En este experimento se utiliza una masa que para efectos de cálculo puede considerarse puntual. Esta masa gira en una órbita circular debido a que es colocada en una plataforma giratoria. El radio de la órbita puede ser variado dado que la masa está unida a una cuerda y esta puede halarse (ver figura 3).



El momentum angular se conserva cuando el radio de la órbita es cambiado de tal manera que se cumple que:

$$L = I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

Donde I , es la inercia rotacional inicial y ω , es la velocidad angular inicial. Así la velocidad rotacional final esta dada por

$$\omega_f = \frac{I_i\omega_i}{I_f}$$

La idea en este experimento es: conociendo la velocidad angular inicial del sistema en rotación y conociendo las inercias rotacionales inicial y final, predecir el valor de la velocidad angular final y medirla experimentalmente. Si los valores coinciden, se verificará entonces la ley de conservación del momentum angular.

Medida de la Inercia Rotacional:

Las inercias rotacionales que deben medirse son las del sistema plataforma más masa puntual, cuando la masa puntual está colocada en dos posiciones diferentes (inicial y final) en la plataforma.

Con el fin de encontrar la inercia rotacional experimentalmente en cualquiera de las posiciones de la masa puntual, se aplica, en cada caso, un torque τ de valor conocido mediante la acción de una masa colgante y se encuentra la aceleración angular α de la plataforma (ver figura 4).

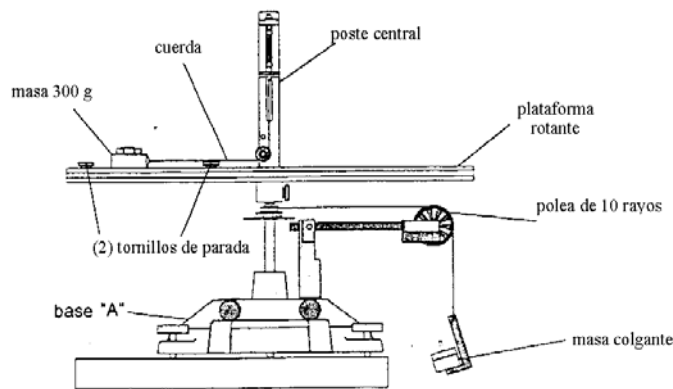


Figura 4: Rotación de la plataforma mediante la acción de una masa colgante.

Puesto que, $\tau = I\alpha$ entonces,

$$I = \frac{\tau}{\alpha}$$

la aceleración angular está relacionada con la aceleración mediante la expresión:

$$\alpha = \frac{a}{r}$$

en donde r es el radio del cilindro que sirve de soporte a la plataforma y alrededor del cual se enrolla una cuerda para que un peso colgante produzca el torque τ . Por tanto, para encontrar la aceleración angular de la plataforma, primero se debe medir la aceleración de la masa colgante. Ahora, para encontrar el torque aplicado se debe encontrar T , la tensión en la cuerda cuando el cilindro está rotando.

El valor de esta tensión se puede hallar aplicando la segunda ley de Newton para la masa m colgante,

$$\sum F = mg - T = ma$$

Resolviendo para la tensión resulta: $T = m(g - a)$

El torque estará dado entonces por, $\tau = Tr$. Con el valor del torque y la aceleración angular puede hallarse el valor de la inercia rotacional.

TEMAS DE CONSULTA

- ✓ ¿Cuándo se conserva el momentum angular?
- ✓ ¿Qué es el momento de una fuerza? ¿qué relación posee este con el momentum angular?
- ✓ ¿Qué es aceleración angular?

PROCEDIMIENTO

Nivelación de la base:

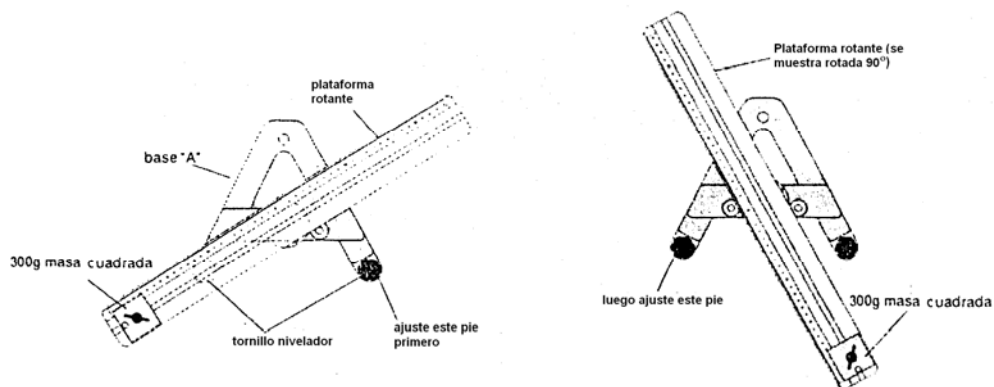


Figura 5: Esquema para el procedimiento de nivelación de la base

La figura 5 esquematiza el procedimiento de nivelación de la base en forma de A que se utilizará en el experimento. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. A propósito haga que el aparato no quede balanceado agregando una de las masas cuadradas de aproximadamente 300 gramos sobre cualquiera de los extremos de la plataforma de aluminio. Ajuste el tornillo de manera que la masa no deslice.
2. Ajuste el tornillo nivelador de una de las patas de la base hasta que el extremo de la plataforma de aluminio con la masa cuadrada quede alineado con el tornillo nivelador de la otra pata de la base. (ver figura 5a).
3. Rote la plataforma de aluminio 90 grados de manera que quede paralela a un lado de la A que forma la base (fig. 5b) y ajuste el otro tornillo nivelador hasta que la plataforma permanezca constantemente en esa posición. La plataforma ha sido nivelada y debe permanecer en reposo independientemente de su posición.

Conservación del Momentum Angular:

1. Coloque un tornillo de tuerca cuadrada en la ranura de la plataforma de aluminio en la marca de los 5cm. Este tornillo no dejará que la masa cuadrada utilizada en el experimento se deslice más allá de este punto (ver figura 3).
2. Con el lado de la masa cuadrada que tiene el agujero orientado hacia el centro de la plataforma, deslice la masa cuadrada sobre la plataforma insertando su tuerca cuadrada en la ranura, pero sin apretar el tornillo de manera que la masa pueda deslizarse libremente en la ranura.
3. Coloque un segundo tornillo en la ranura y apriételo en la marca de los 20cm. La masa cuadrada solo podrá deslizar entre estos dos tornillos.
4. Ate una cuerda a la masa cuadrada y pásela a través de la polea y del indicador como se ve en la figura 3.
5. Con la masa cuadrada en la posición de radio mayor, sostenga la cuerda algo tensa con su mano lo suficientemente alta como para que no impida que la plataforma pueda rotar. De un impulso a la plataforma de tal forma que adquiera un movimiento más o menos uniforme de rotación. Mida el tiempo que tarda la plataforma en realizar una o dos vueltas completas. No detenga la plataforma.
6. Con la plataforma girando, hale la cuerda atada a la masa cuadrada de manera que deslice hasta su posición de radio menor. Notará que la plataforma rotará más rápido. Mida lo mejor posible el tiempo que tarda en realizar una o dos vueltas. Registre el tiempo en la tabla 1.
7. Repita los pasos 5 y 6 dos veces más y muy cuidadosamente.

Determinación de la Inercia Rotacional:

1. Mida la inercia rotacional del aparato dos veces: una con la masa cuadrada en su posición inicial y una en su posición final. En cada caso,
2. Coloque una polea ligera enrollando y pasando una cuerda como muestra la figura 4.
3. Debido a que la teoría usada para encontrar la inercia rotacional experimentalmente no incluye la fricción, esta se compensará en el experimento encontrando cuanta masa es necesaria para vencer la fricción cinética en la polea. Esta ‘masa de fricción’ será sustraída de la masa usada para acelerar el aparato. Entonces,
4. Coloque la suficiente masa colgante de manera que esta baje con velocidad constante. Registre este valor de masa en la tabla 2. Esta será la ‘masa de fricción’.
5. Para encontrar la aceleración coloque ahora unos 30 gramos adicionales de masa colgante. Registre el valor total de masa en la tabla 2. Libere la masa y mida el tiempo que tarda en bajar una cierta distancia. Puede repetir varias veces la medición del tiempo.

DATOS; CÁLCULOS, RESULTADOS Y ANÁLISIS**Tabla 1. Tiempos de una rotación**

Tiempo con la masa en la posición exterior	Tiempo con masa en la posición interior

Tabla 2. Datos para la inercia rotacional

		Masa en la posición exterior	Masa en la posición interior
Masa de fricción [g]			
Masa total colgante [g]			
Radio [cm]			
Altura de caída 'h' [cm]			
Tiempo t[s]	Toma 1		
	Toma 2		
	Toma 3		

1. Obtenga a partir de los tiempos de rotación medidos, la velocidad angular del sistema cuando la plataforma rota con la masa cuadrada en su posición más externa y cuando rota con la masa cuadrada en la posición más interna. Registre los valores en la tabla 3.
2. Calcule la inercia rotacional: Sustraiga la “masa de fricción” de la masa colgante usada para acelerar el aparato. Esto determina la masa que se debe usar en las ecuaciones. Justifique este paso.
1. Calcule los valores de la aceleración, aceleración angular, tensión, torque y regístrelos en la tabla 4. Calcule los valores experimentales de la inercia rotacional y regístrelos en la tabla 4.
2. Calcule los valores esperados (teóricos) para la velocidad angular final y tabulelos.
3. Para cada uno de sus resultados, calcule la diferencia porcentual entre los valores teóricos y experimentales de la velocidad angular final.
4. Si existe alguna diferencia, puede argumentar razones del ¿porqué?
5. Registre todos sus resultados en tablas.

Tabla 3. Velocidades angulares

Velocidad angular inicial [rad/s]	Velocidad angular final [rad/s]

Tabla 4. Datos y cálculos para la inercia rotacional

	Masa en la posición exterior	Masa en la posición interior
Masa de fricción [g]		
Masa total colgante [g]		
Aceleración [m/s ²]		
Aceleración angular [rad/s ²]		
Tensión [N]		
Torque [N·m]		
Inercia rotacional [Kg·m ²]		

OBSERVACIONES

Presente algunas observaciones sobre el experimento realizado.

CONCLUSIONES

Obtenga sus conclusiones.

TABLA PARA LA TOMA DE DATOS (sugerida)

L8. Conservación del Momentum Angular usando una masa puntual

Profesor: _____ fecha: _____ grupo: _____

Instrumento de medición 1 _____ sensibilidad _____

Instrumento de medición 2 _____ sensibilidad _____

Instrumento de medición 3 _____ sensibilidad _____

Tabla 1. tiempos de rotación

Tiempo con la masa en la posición exterior	Tiempo con masa en la posición interior

Tabla 2. Datos para la inercia rotacional

		Masa en la posición exterior	Masa en la posición interior
Masa de fricción [g]			
Masa total colgante [g]			
Radio [cm]			
Altura de caída ' h ' [cm]			
Tiempo t [s]	Toma 1		
	Toma 2		
	Toma 3		

OBSERVACIONES

Vo Bo Profesor (firma)