



Un resultado sin rozamiento:

Siguiendo tu figura y tu método me he puesto a calcular la fuerza en el caso de que no hubiera rozamiento (que la correa solo deslizase sobre el perímetro de la polea)

Ecuaciones intrínsecas del movimiento:

Normal: $g \text{sen}\theta . dm + T d\theta - dN = \omega^2 R . dm$ (1)

Tangencial: $dT - g . \text{cos}\theta . dm = \alpha R . dm$ (2)

Reacción horizontal de la polea sobre el elemento de cuerda (y del elemento de cuerda sobre la polea)

$dH = \text{cos}\theta . dN$ (3)

Despejando dN en (1) y substituyendo en (3):

$(g \text{sen}\theta . dm + T d\theta - \omega^2 R . dm) . \text{cos}\theta = \text{cos}\theta . dN$ (4)

Integrando T de la ecuación (2) entre 0 y θ :

$T = \int_0^\theta \alpha R . dm - \int_0^\theta g . \text{cos}\theta . dm = \int_0^\theta \alpha R . \lambda R d\theta - \int_0^\theta g . \text{cos}\theta . \lambda R d\theta = \alpha \lambda R^2 \theta - g \lambda R \text{sen}\theta$ (5)

Llevando esta ecuación (5) a (4) e integrando:

$H = \int_0^\pi g . \text{sen}\theta . \text{cos}\theta . \lambda R d\theta + \int_0^\pi \alpha \lambda R^2 \theta . \text{cos}\theta d\theta - \int_0^\pi g \lambda R \text{sen}\theta . \text{cos}\theta . d\theta - \int_0^\pi \omega^2 R \lambda R . \text{cos}\theta d\theta$ (6)

Cancelando términos:

$H = \int_0^\pi \alpha \lambda R^2 \theta . \text{cos}\theta d\theta - \int_0^\pi \omega^2 R^2 \lambda . \text{cos}\theta . d\theta$ (6)

Integrando por partes la primera:

$H_1 = \int_0^\pi \alpha \lambda R^2 \theta . \text{cos}\theta d\theta = \alpha \lambda R^2 \theta [\text{sen}\theta]_0^\pi - \alpha \lambda R^2 \int_0^\pi \text{sen}\theta . d\theta = -2 \alpha \lambda R^2$ (8)

$H_2 = - \int_0^\pi \omega^2 R^2 \lambda . \text{cos}\theta . d\theta = 0$ (7)

En resumen, el mismo resultado que obtuviste tú

Fuerza Horizontal de la polea sobre la cuerda en ausencia de rozamiento:

$H = -2 \alpha \lambda R^2$

Fuerza horizontal de la cuerda sobre la polea:

$H = 2 \alpha \lambda R^2$

Es decir que el rozamiento no influiría en esta fuerza horizontal. Lo del rozamiento parece lógico físicamente. PERO...TODAVÍA ME INTRIGA