

Sistemas de partículas y sólido rígido

Problemas propuestos

1. **Centro de masa de un ‘gancho’:** Considere tres masas puntuales idénticas colocadas en los vértices de un triángulo. Muestre que el centro de masa se encuentra en la intersección de las medianas y a $2/3$ de cada una a partir del respectivo vértice opuesto.

Bonus: relacione este resultados con el centro de masa de un gancho triangular hecho de un alambre de densidad uniforme.

2. **Choque:** Considere la colisión de dos partículas puntuales libres de masas m_1 y m_2 . Desde el sistema de centro de masa (CM), la conservación del momentum lineal implica que

$$m_1 \vec{u}_1 = -m_2 \vec{u}_2 ,$$

donde \vec{u}_1 y \vec{u}_2 son las velocidades desde el sistema CM. Muestre que:

- (a) las velocidades finales \vec{u}'_1 y \vec{u}'_2 satisfacen

$$m_1 \vec{u}'_1 = -m_2 \vec{u}'_2 ;$$

- (b) la variación de energía cinética está dada por

$$\Delta T = \frac{1}{2} \frac{m_1}{m_2} (m_1 + m_2) (\vec{u}_1^2 - \vec{u}'_1{}^2);$$

(c) siendo \vec{u}_1 dada, la pérdida máxima de energía (colisión totalmente inelástica) ocurre cuando ambas partículas, vistas desde el CM, quedan en reposo;

(d) para la colisión elástica (no hay pérdida de energía), cada partícula mantiene su rapidez inicial.

3. **Energía cinética de rotación** Una esfera uniforme de masa m y radio r rueda sin deslizar sobre un plano horizontal, rotando alrededor de un eje horizontal OA como muestra la figura. En el proceso, el centro de la esfera se mueve con rapidez v describiendo un círculo horizontal de radio R . Encuentre la energía cinética de la esfera.

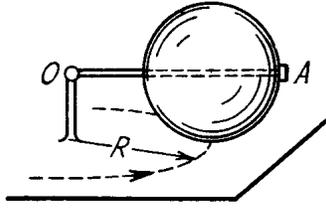
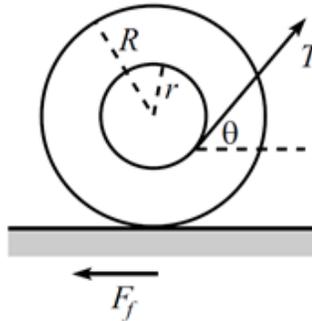
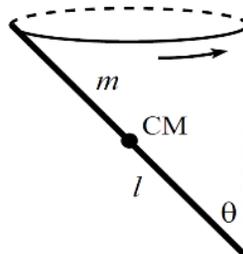


Figura 1: Giroscopio

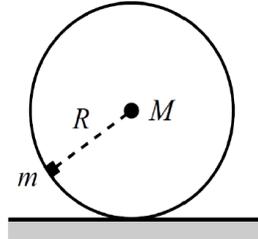
4. **Un carrete:** Un carrete consiste en un eje de radio r y un disco exterior de radio R , el cual rueda sobre el suelo bajo la influencia de la gravedad. Un hilo es enrollado en torno al eje y tirado con una tensión T , a un ángulo θ con la horizontal.
- (a) Dado R y r , ¿cuál debería ser el ángulo θ de forma tal que el carrete no se mueva? Asuma que la fricción entre el carrete y el suelo es suficientemente grande de modo tal que el carrete no se mueve.
- (b) Dado R , r y el coeficiente de roce estático μ entre el carrete y el suelo, ¿cuál es el valor más grande de T de modo tal que el carrete permanece en reposo?



5. **Barra rotante:** Una barra de masa m y longitud l se dispone de forma tal de dejar su centro de masa sin movimiento y su extremo superior deslizando por un riel sin roce, en presencia de gravedad. La barra forma un ángulo θ constante con la vertical. ¿Cuál es la frecuencia de este movimiento?



6. **Masa en una rueda:** Una masa m está fija a un punto en el borde de una rueda de radio R . La rueda es sin masa, excepto por una masa M localizada en su centro. La rueda se mueve sin deslizar sobre una mesa horizontal bajo influencia de la gravedad.
- (a) Encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo que describe la oscilación de la rueda.
- (b) Para pequeñas oscilaciones, calcule la frecuencia.



Sugerencia: Encuentre la energía mecánica en función del ángulo y luego derive con respecto al tiempo.