

Trabajo de matemáticas por ordenador

1) Dadas las matrices:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \text{ y } c = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcular la matriz inversa de $ab + c$.

b) Calcular la traspuesta de la inversa de $a - b^2 + c$.

c) Hallar una matriz x tal que $ax + 2bx = c$.

d) Hallar dos matrices x e y tales que: $\begin{cases} ax + by = c \\ bx - y = 2c \end{cases}$

2) Calcular, según los valores de los parámetros, el rango de las matrices:

$$a = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & x & 4 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 2 & x & -1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & y \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

3) Resolver los sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 3x - 4y + 6z = 3 \\ y + 3z = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + 3y + z + 3t = 1 \\ 5x + 5y + 5z + 5t = 4 \\ 3x - y + 3z - t = 2 \end{cases}$$

4) Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y + z - t = 0 \\ 2x - 3y + z + t = 1 \\ x - 2y + z - t = a \\ 2x - 3y + 2z - at = 2 \end{cases}$$

a) Discutirlo según los valores de a .

b) Resolverlo para $a = 2$.

5) Dada la matriz $a = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcular su polinomio característico, autovalores y autovectores asociados, y las matrices D y P de la descomposición $D = P^{-1}AP$

b) Calcular la potencia n -ésima de la matriz.

6) Hallar una matriz de orden 4, cuyos autovalores sean: 2 (simple) y 1 (triple), y de forma que los autovectores asociados al 1, salgan de la ecuación $x - 3y + z + t = 0$, y los asociados al 2, salgan del sistema

$$\{x - y = 0, x + z = 0, x + t = 0\}$$

7) Hallar los valores de las constantes para que sea derivable la función:

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 + a & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{x^2-1}{x+1} & \text{si } -2 < x < -1 \\ 2x^2 + x - 3 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

.....
8) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, hallar a, b, c y d para que:

a) $f(x)$ tenga un punto de inflexión en $(3, 2)$; la pendiente de la tangente en $x = 7$ sea 3, y tenga en $x = 4$ un mínimo.

b) Para los valores del apartado a), y usando la diferencial en el punto 3, aproximar el valor de $f(3.1) - f(3)$.

.....
9) Dada la función $f(x) = x^4 - 6x^2$, calcular las rectas tangentes a la función en sus puntos de inflexión, y realizar el dibujo conjunto de la función y de las rectas.

.....
10) Dadas las funciones

a) $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

b) $f(x) = \frac{2+x-x^2}{(x-1)^2}$

Calcular su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento, extremos relativos, concavidad y gráfica.

.....