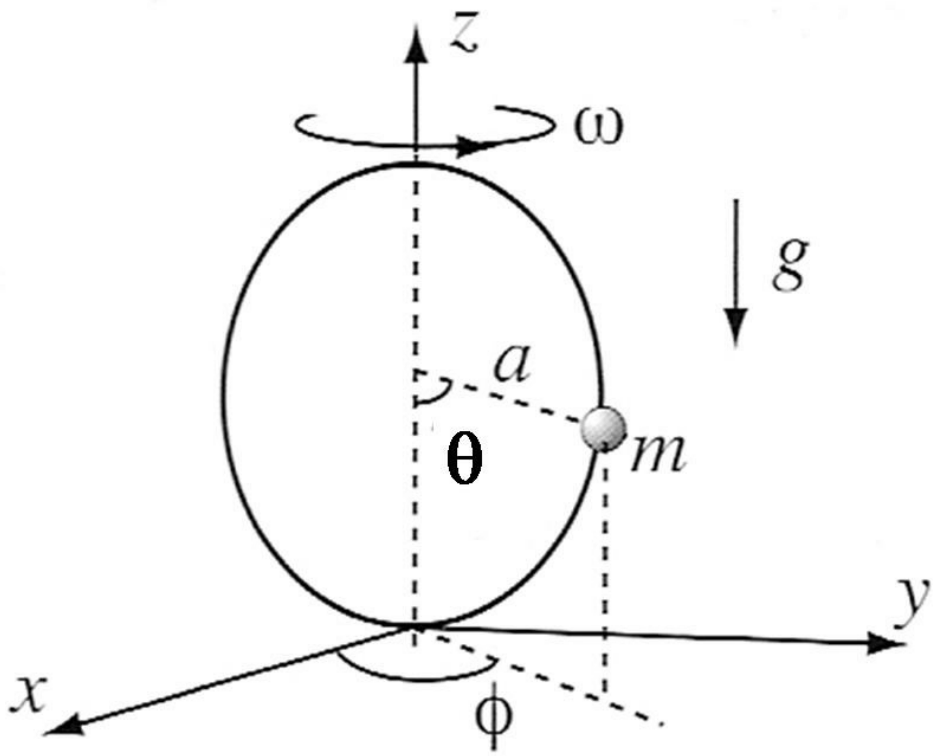


En este trabajo estudiaremos el movimiento de una partícula de masa m ensartada en un aro rígido de radio R que gira con velocidad angular constante ω en torno a uno de sus diámetros, orientado en la dirección vertical, como se indica en la gura. Supondremos que la masa del aro es despreciable y que la partícula desliza sin rozamiento a lo largo de la circunferencia del aro bajo la acción de la gravedad. El objetivo del proyecto es estudiar la dinámica del sistema mediante los tres formalismos, newtoniano, lagrangiano y hamiltoniano, presentados durante el curso y valorar las ventajas y limitaciones de cada método a la vista de los resultados obtenidos. La simetría del sistema sugiere el empleo sistemático de las coordenadas esféricas en los tres casos.

1. Haciendo uso del formalismo newtoniano determine la ecuación del movimiento de la partícula y las fuerzas de ligadura debidas al aro en las direcciones radial y azimutal. ¿Cuál es la dinámica del sistema en el caso ω = 0?

2. Obtenga la ecuación del movimiento mediante el formalismo de Lagrange. Resuelva la ecuación para valores pequeños de Θ y clasifique las soluciones en función del valor de ω. Obtenga las configuraciones de equilibrio del sistema y discuta su estabilidad.