

El lagrangiano en estas coordenadas obtenido a partir de energía cinética y la potencial resulta:

$$L = \frac{1}{2}m(R^2\dot{\theta}^2 + R^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2 + \dot{r}^2) - U(r, \phi, \theta)$$

$$L = \frac{1}{2}m(R^2\dot{\theta}^2 + R^2\omega^2 \sin^2 \theta) + mgR\cos\theta$$

Y de él obtenemos las ecuaciones dinámicas:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = mR^2\dot{\theta} \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = mR^2\ddot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} = mR^2\omega^2 \sin\theta \cos\theta - mgR\sin\theta \end{array} \right\} \Rightarrow mR^2\ddot{\theta} - mR^2\omega^2 \sin\theta \cos\theta + mgR\sin\theta = 0 \Rightarrow$$

$$\ddot{\theta} - \omega^2 \sin\theta \cos\theta + \frac{g}{R} \sin\theta = 0$$