Ejemplo 10.10 Inclinando la rueda — *Conceptual*

Una muchacha está sentada sobre un taburete que está sobre una plataforma giratoria sin rozamiento (figura 10.35*a*) y sostiene una rueda de bicicleta que gira rápidamente. El eje de rotación de la rueda está inicialmente en posición horizontal, siendo el módulo del momento angular de espín L_{wi}. ¿Qué sucede cuando la muchacha, de repente, inclina el eje de rotación de la rueda (figura 10.35*b*) de forma que cuando deja de rotar el eje se halla en posición vertical? La rueda gira en sentido antihorario, visto desde arriba.

PLANTEAMIENTO El sistema plataforma-taburete-muchacha-rueda puede girar libremente en torno al eje vertical que pasa por el centro de la plataforma. Como ésta gira sin rozamiento, no habrá momentos de fuerza externos, por lo que el momento angular de todo el sistema se mantiene constante.

SOLUCIÓN

Cuando la muchacha hace rotar el eje de la rueda, no cambia el módulo del momento angular de espín de la rueda, sino que sólo cambia su dirección. El momento angular del sistema es cero, pues el sistema parte del reposo y, por tanto, el momento angular final del sistema también deberá ser cero por la conservación del momento angular. Como la rueda gira en sentido antihorario y su momento angular de espín es L_{wi}, el resto del sistema deberá girar en sentido horario con el mismo módulo L_{wi}.

El sistema muchacha-taburete-plataforma girará en sentido horario con un momento angular cuya componente a lo largo del eje de la plataforma tendrá como módulo L_{wi}.

COMPROBACIÓN La muchacha ejerce un momento de fuerza hacia arriba sobre la rueda que gira cuando la inclina hacia arriba. (Debido a la definición de momento de fuerza, un momento de fuerza dirigido hacia arriba requiere una fuerza horizontal.) La rueda ejercerá un momento de fuerza de igual módulo, pero con una fuerza horizontal sobre la muchacha que la hará girar en sentido horario.

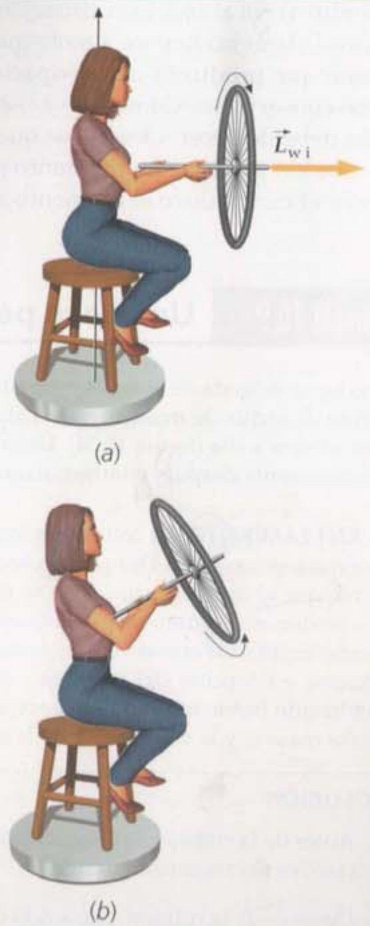

FIGURA 10.35

DEMOSTRACIONES DE LAS ECUACIONES 10.10, 10.12, 10.13, 10.14, Y 10.15

Demostración de la ecuación 10.10 A continuación, demostraremos que la segunda ley de Newton exige que la derivada del momento angular de una partícula sea igual al momento resultante que actúa sobre ella. Si tenemos cierto número de fuerzas aplicadas sobre una partícula, el momento resultante respecto al origen O es la suma de los momentos debidos a cada fuerza:

$$\vec{\tau}_{\text{neto}} = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \cdots = \vec{r} \times \sum_i \vec{F}_i = \vec{r} \times \vec{F}_{\text{neta}}$$

Según la segunda ley de Newton, la fuerza neta o resultante es igual a la derivada respecto al tiempo del momento lineal $d\vec{p}/dt$. Así,

$$\frac{d\vec{p}}{}$$

COMPROBACIÓN CONCEPTUAL 10.1

La rueda de la bicicleta rueda en sentido antihorario (visto desde arriba) y la muchacha sostiene su eje de rotación en posición vertical. Si la muchacha está sentada en un taburete sobre una plataforma giratoria, ¿en qué dirección girará la muchacha conforme inclina el eje de rotación hasta la posición horizontal?

El primer término del segundo mien[...] y $\vec{v} = d\vec{r}/dt$, de modo que

pues el producto vectorial entre dos [...]

Comparando este resultado con la ec[...]

El momento resultante aplicado a u[...] mentos individuales que actúan sobre[...] a un sistema de partículas, resulta

En esta ecuación, la suma de los mome[...] mentos debidos a fuerzas externas al [...] debe ser cero. Por lo tanto,

$$\vec{\tau}_{\text{neto ext}} = \frac{d\vec{L}_{\text{sist}}}{dt}$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Demostración de las ecuaciones [...] demostraremos que el momento angu[...] se escribe como la suma del momento [...] angular de espín.

La figura 10.36 muestra un sistema d[...] lar $\vec{L}_i$ de la partícula i respecto a un pu[...]

y el momento angular del sistema resp[...]

El momento angular respecto al centro[...]

donde $\vec{r}_i'$ y $\vec{u}_i$ son la posición y la veloci[...] de la partícula i. A partir de la figura, p[...]

Derivando con respecto del tiempo en [...]