1. Un objeto radia como cuerpo negro de superficie 1 mm^2 a temperatura $T = 310\,\mathrm{K}$. Calcular el número de fotones que emite por segundo con longitudes de onda mayores que 10 cm. Justifíquense las aproximaciones realizadas.

---

2. En un sistema cuyo espacio de Hilbert es $\mathbb{C}^2$ se considera el operador $A = \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y el estado $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ \mathrm{i} \end{pmatrix}$.

- Calcular los autovalores y autovectores de A.
- Desarrollar $|\psi\rangle$ en una base ortonormal de autovectores de A.
- Al realizar una medida del observable A en el estado $|\psi\rangle$, dígase qué valores pueden obtenerse y con qué probabilidades.
- Calcular el valor esperado y la dispersión de A en el estado $|\psi\rangle$.

---

3. La función de onda normalizada de un sistema físico unidimensional, en el instante $t = 0$, es $\psi(x) = N\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}}{x^2 + a^2}$, donde N, k y a son cantidades reales positivas.

- Calcular N. Encontrar los valores esperados del momento y de la posición en el estado ψ.
- ¿Cuál es la dispersión cuadrática del momento en el estado ψ?
- Calcular la densidad de corriente de probabilidad $j(x)$ correspondiente a ψ.
- Usando la ecuación de continuidad, obtener la derivada temporal de la densidad de probabilidad en $t = 0$. Encontrar el valor de x para el cual la derivada temporal de la densidad de probabilidad a $t = 0$ es máxima.

---

4. Considérese un oscilador armónico unidimensional de pulsación ω y sea $\{|n\rangle\}_{n=0,1,2,\ldots}$ la base ortonormal de autofunciones del hamiltoniano. Sea el operador lineal A definido por:

$$\begin{aligned} A|0\rangle &= |1\rangle\,, \\ A|1\rangle &= |0\rangle\,, \\ A|n\rangle &= 0, \quad \text{si } n > 1\,. \end{aligned}$$

- Decir si A es un operador autoadjunto.
- Calcular los autovalores y autovectores e A. ¿Cuál es la degeneración de cada autovalor?
- ¿Cuál es el valor medio de los operadores posición y momento sobre el autoestado de A con menor autovalor?
- Si en el tiempo $t = 0$ el sistema se halla en el autoestado del operador A de menor autovalor, calcular la función de onda a tiempo t.
- ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el sistema tras un tiempo t en el autoestado de A de menor autovalor?

---

5. Un átomo de hidrógeno se halla en el estado con función de onda

$$\psi(r,\theta,\varphi) = \frac{2}{\sqrt{5}}R_{21}(r)Y_1^1(\theta,\varphi) + \frac{1}{\sqrt{5}}R_{21}(r)Y_1^0(\theta,\varphi))\,,$$

donde $R_{nl}(r)$ son las partes radiales de las autofunciones de H y $\boldsymbol{L}^2$, y $Y_l^m(\theta,\varphi)$ son los armónicos esféricos. Calcular los valores esperados y la dispersión cuadrática, en el estado ψ, de los siguientes observables: H, $\boldsymbol{L}^2$, L_z^2, L_z, L_x.
