

Anexo I

El magnetismo en la materia

De la misma forma que un campo eléctrico intenso tiende a alinear los momentos dipolares eléctricos de un material situado en su interior, cuando se sitúa un material dentro de un campo magnético intenso, como el de un solenoide, el campo de éste tiende a alinear los momentos dipolares magnéticos en el interior del material (la posición de mínima energía potencial), el cual se magnetiza. Este proceso se cuantifica por la **imanación** del material ($\vec{M}$), definido mediante el **momento dipolar magnético neto** ($d\vec{\mu}$) por unidad de volumen de material (dV), por lo que si queremos propiedades puntuales tan sólo debemos hacer tender a cero los elementos de volumen:

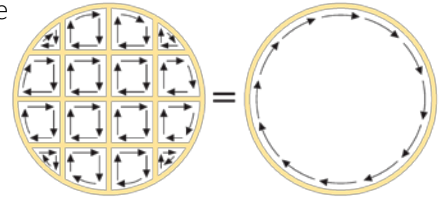
$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\mu}}{\Delta V} = \frac{d\vec{\mu}}{dV} \Rightarrow \Delta \vec{\mu} = \sum_{i=1}^n \vec{\mu}_i$$

Donde:

- $\Delta \vec{\mu}$: suma vectorial de los momentos magnéticos de los átomos contenidos en un elemento de volumen ΔV .
- $d\vec{\mu}$: momento magnético elemental contenido en un volumen elemental dV .

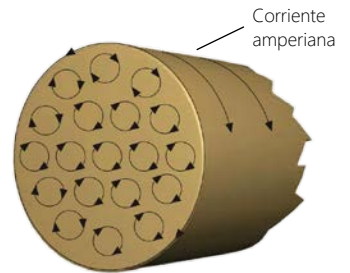
Si $\vec{\mu}$ es el momento magnético de cada átomo o molécula y $n = N/V$ es el número de átomos o moléculas por unidad de volumen, la expresión anterior toma la forma:

$$\vec{M} = n \cdot \vec{\mu} = \frac{N}{V} \cdot I_{\text{atómica}} = \frac{I_m}{l}$$



Mucho antes de conocerse la estructura atómica o molecular, Ampere propuso un modelo del magnetismo en el cual la imanación de los materiales era debida a corrientes circulares microscópicas dentro del material imanado. Actualmente, se sabe que estas corrientes circulares constituyen un modelo clásico para el movimiento orbital y el espín de electrones.

Consideremos un cilindro de un material imanado de manera uniforme. La figura muestra las **corrientes atómicas circulares** en el cilindro con sus momentos magnéticos alineados a lo largo del eje del cilindro. Debido a la cancelación de las corrientes circulares vecinas, la corriente neta en cualquier punto interior del material es cero y el único resultado es una corriente neta sobre la superficie del mismo. Esta corriente superficial, llamada **corriente de imanación** (I_m), es semejante a la corriente real de los arrollamientos del solenoide.

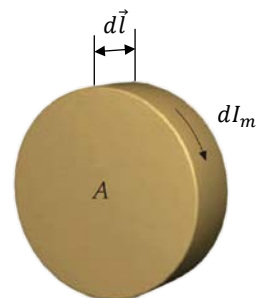


Tomemos una pequeña sección en forma de **disco** de área transversal A , longitud dl y volumen $dV = A \cdot dl$. Sea dI_m la **corriente de imanación** sobre la superficie del **disco**. El módulo del momento dipolar magnético del disco es el mismo que el de una corriente circular de área A que transporta una corriente dI_m :

$$d\mu = A \cdot dI_m$$

El módulo de la imanación M del **disco** es el momento magnético por unidad de volumen:

$$M_d = \frac{d\mu}{dV} = \frac{A \cdot dI_m}{A \cdot dl} = \frac{dI_m}{dl} \Rightarrow \vec{M}_d = \frac{dI_m}{dl}$$



De lo que se deduce que el vector magnetización ($\vec{M}$) es igual a la **corriente de imanación** (dI_m) por **unidad de longitud** ($d\vec{l}$), a lo largo de la superficie del material imanado. Sus unidades en el SI son: **A/m**. Si considerásemos todo el cilindro el momento dipolar magnético neto sería $\mu = A \cdot I_m$ y la imanación:

$$\vec{M} = \frac{I_m}{l} ; \quad \text{corriente imanación por unidad de longitud}$$

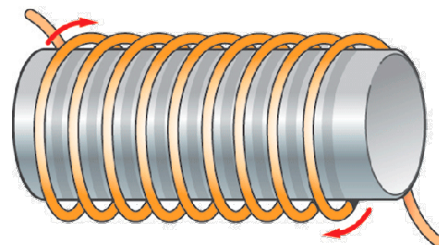
Intensidad de campo magnético y susceptibilidad magnética

Sea un solenoide largo por el que circula una corriente eléctrica que produce en su interior un campo magnético uniforme de magnitud:

$$B_0 = \mu_0 n I = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} N: \text{número de vueltas del solenoide} \\ l: \text{longitud del solenoide} \end{array}$$

Supongamos que se introduce en su interior un cilindro de un material que se imana por la influencia del campo magnético del solenoide, adquiriendo una imanación $\vec{M}$ paralelo al eje del solenoide.

El efecto de la magnetización es el mismo que si el cilindro transportara una corriente superficial por unidad de longitud de módulo M . Esta corriente es semejante a la transportada por un solenoide enrollado de forma compacta.



Para un solenoide, la **corriente por unidad de longitud** es nI , siendo $n = N/l$ el número de vueltas por unidad de longitud e I la corriente en cada vuelta. El módulo del campo magnético dentro del cilindro y lejos de los extremos, viene dado por la expresión del solenoide **igualando las corrientes por unidad de longitud** $nI = M$:

$$B_m = \mu_0 M$$

El campo magnético aplicado por el solenoide ($B_0 = \mu_0 nI$) imana el material, de modo que éste adquiere una imanación $\vec{M}$. El campo magnético resultante en un punto interior del solenoide y lejos de los extremos, debido a la corriente en el solenoide más la del material imanado, es:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m = \vec{B}_0 + \mu_0 \cdot \vec{M}$$

En los materiales paramagnéticos y ferromagnéticos, $\vec{M}$ posee la misma dirección y sentido que $\vec{B}_0$. En los materiales diamagnéticos, $\vec{M}$ se opone a $\vec{B}_0$. Por lo tanto, en los primeros la imanación es proporcional al campo magnético externo $\vec{B}_0$, lo que hace que se alineen sus momentos dipolares magnéticos, de manera que se verifica:

$$\vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$$

Donde:

- χ_m : es un número adimensional llamado susceptibilidad magnética.

Por lo tanto, la expresión del campo magnético neto en el interior del solenoide quedaría:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \cdot \chi_m \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \vec{B}_0 + \chi_m \vec{B}_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{B}_0 \cdot (1 + \chi_m)$$