

Alfabeto:

Las letras griegas, α , β , etc. son fórmulas bien formadas.

Las variables son las letras x , y , etc.

La negación la escribo con el símbolo \neg .

La implicación la escribo con el símbolo \rightarrow

El generalizador lo escribo con el símbolo \wedge .

El particularizador lo escribo con el símbolo \vee .

Fórmulas bien formadas:

Si α y β son fórmulas bien formadas, también lo son:

- $\neg\alpha$
- $\alpha \rightarrow \beta$
- $\wedge x\alpha$
- $\vee x\alpha$

Reglas lógicas.

1. Introducción del generalizador, IG

La fórmula $\wedge x\alpha$ es consecuencia inmediata de la fórmula α . Lo escribo $\alpha \rightarrow \wedge x\alpha$.

2. Regla de la doble negación, DN

De la fórmula $\neg\neg\alpha$ se infiere la fórmula α y viceversa (esto es, de α se infiere la fórmula $\neg\neg\alpha$). Lo escribo $\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$ y $\alpha \rightarrow \neg\neg\alpha$ respectivamente.

3. Regla del Modus Barbara, MB

De las fórmulas $\alpha \rightarrow \beta$ y $\beta \rightarrow \chi$ se infiere de forma inmediata $\alpha \rightarrow \chi$

4. Regla del Modus Tollendo Tollens, MT

De $\alpha \rightarrow \beta$ se infiere $\neg\beta \rightarrow \neg\alpha$

5. Definición del particularizador, DC

La fórmula $\vee x\alpha$ se obtiene de forma inmediata a partir de la fórmula $\neg\wedge x\neg\alpha$ y viceversa. Lo escribo $\neg\wedge x\neg\alpha \rightarrow \vee x\alpha$ y $\vee x\alpha \rightarrow \neg\wedge x\neg\alpha$ respectivamente.

Supongo que todas estas reglas nos han sido dadas de antemano (de hecho, IG suele considerarse una regla de inferencia primitiva en la mayoría de los sistemas formales, DN, MB y DT se demuestran sin dificultad haciendo uso del sistema formal restringido a la lógica de las proposiciones y DC es el resultado de admitir la definición del cuantificador en términos del generalizador). Pasar de una regla a su formulación correspondiente (tal como hago en los casos IG, DN y DC), encuentra su justificación en el Teorema de la Deducción.

Derivación problema

- | | |
|--|----------|
| 1. $\neg\neg\alpha \rightarrow \wedge x\neg\neg\alpha$ | IG. |
| 2. $\neg\wedge x\neg\neg\alpha \rightarrow \neg\neg\neg\alpha$ | MT, 1. |
| 3. $\neg\neg\neg\alpha \rightarrow \neg\alpha$ | DN. |
| 4. $\neg\wedge x\neg\neg\alpha \rightarrow \neg\alpha$ | MB, 2,3. |
| 5. $\vee x\neg\alpha \rightarrow \neg\wedge x\neg\neg\alpha$ | DC. |
| 6. $\vee x\neg\alpha \rightarrow \neg\alpha$ | MB, 5,4. |
| 7. $\neg\alpha \rightarrow \wedge x\neg\alpha$ | IG. |
| 8. $\vee x\neg\alpha \rightarrow \wedge x\neg\alpha$ | MB, 6,7. |