16. **Relatividad sin el segundo postulado.** Sean Σ y Σ' dos sistemas de referencia inerciales relacionados de la manera usual. Entonces el principio de relatividad nos permite encontrar las siguientes relaciones entre las coordenadas de los dos sistemas de referencia:

$$y' = y; \qquad z' = z \tag{7.170}$$

$$x' = \gamma(x - vt) \tag{7.171}$$

$$x = \acute{\gamma}(x' + vt') \tag{7.172}$$

$$\acute{\gamma} = \gamma \tag{7.173}$$

remplazando x' de la ecuación 7.171 en la ecuación 7.172 y despejando t' obtenemos

$$\begin{aligned} x &= \gamma(\gamma(x - vt) + vt') \\ &= \gamma^2 x - \gamma^2 vt + \gamma vt' \qquad \Longrightarrow \\ t' &= x\frac{1-\gamma^2}{v\gamma} + \gamma t = \gamma\left(t - \frac{\gamma^2 - 1}{v\gamma^2}x\right) \end{aligned} \tag{7.174}$$

entonces

$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{K^2}x\right) \tag{7.175}$$

donde

$$K^2 = \frac{v^2\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \tag{7.176}$$

despejando el factor γ de la última ecuación tenemos

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{K^2}} \tag{7.177}$$

Esta ecuación implica que el factor γ es una función de la velocidad y el parámetro K, es decir

$$\gamma = \gamma(v, K) \tag{7.178}$$

Aun cuando la ecuación (7.176) implica aparentemente que el parámetro K depende de la velocidad, esto no es así, si queremos que la composición de transformaciones de Lorentz sea de nuevo una transformación de Lorentz. Para este fin consideremos un nuevo sistema de referencia Σ'' que se mueve con velocidad u respecto a Σ'. Si llamamos $\tilde{K}$ el parámetro para la transformación entre Σ'

y Σ'', entonces las ecuaciones de transformación de Lorentz entre Σ y Σ' son

$$x' = \gamma(v;K)(x - vt) \tag{7.179}$$

$$t' = \gamma(v;K)\left(t - \frac{v}{K^2}x\right) \tag{7.180}$$

y entre Σ' y Σ'' toman la forma

$$x'' = \gamma(u;\tilde{K})(x' - ut') \tag{7.181}$$

$$t'' = \gamma(u;\tilde{K})\left(t' - \frac{u}{\tilde{K}^2}x'\right) \tag{7.182}$$

donde $\gamma(v;K)$ y $\gamma(u;\tilde{K})$ son los correspondientes factores gamma que dependen de $(v;K)$ y $(u;\tilde{K})$ respectivamente. Remplazando las coordenadas primadas en las últimas ecuaciones, tenemos

$$x'' = \gamma(u;\tilde{K})\gamma(v;K)\left(1 + \frac{uv}{K^2}\right)\left(x - \frac{u+v}{1+\frac{uv}{K^2}}t\right) \tag{7.183}$$

$$t'' = \gamma(u;\tilde{K})\gamma(v;K)\left(1 + \frac{uv}{\tilde{K}^2}\right)\left(t - \frac{\frac{u}{\tilde{K}^2} + \frac{v}{K^2}}{1+\frac{uv}{\tilde{K}^2}}x\right) \tag{7.184}$$

un cálculo directo muestra que si $K = \tilde{K}$ la composición de transformaciones de Lorentz es de nuevo una transformación de Lorentz con velocidad

$$w = \frac{u+v}{1+\frac{uv}{K^2}} \tag{7.185}$$

pues

$$\gamma(u;K)\gamma(v;K)\left(1 + \frac{uv}{K^2}\right) = \gamma(w;K) \tag{7.186}$$

El parámetro K debe ser determinado experimentalmente, por ejemplo con un experimento sobre dilatación temporal o un experimento dinámico, como el comportamiento de la masa inercial de una partícula con la velocidad. Si experimentalmente se determina que $K = \infty$, las ecuaciones de transformación obtenidas se reducen a las transformaciones de Galileo, o si el experimento arroja $K = c$ tenemos las transformaciones de Lorentz. Esto implica que el segundo postulado de la relatividad pudiera ser remplazado por otro, el cual condujera a determinar en forma explícita el parámetro K.