de donde

$$\ln p = \sqrt{x + C_1} \quad \Leftrightarrow \quad p = e^{\sqrt{x+C_1}}$$
$$y = 2e^{\sqrt{x+C_1}}\,[\sqrt{x + C_1} - 1] + C_2$$

$W = -(\Delta V)q$

Imponiendo las condiciones se tiene

$$3e^2 = 2e^{\sqrt{1+C_1}}\,[\sqrt{1 + C_1} - 1] + C_2$$
$$e^2 = e^{\sqrt{1+C_1}}$$

con lo que resulta $C_1 = 3$, $C_2 = e^2$

$$y = 2e^{\sqrt{x+3}}\,[\sqrt{x + 3} - 1] + e^2$$

8. Sustituyendo en la ecuación

$$y' = \frac{dy}{dx} \quad ; \quad y'' = \frac{d\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{dx\,d^2y - dy\,d^2x}{dx^3}$$

se tiene

$$x^4\,\frac{dx\,d^2y - dy\,d^2x}{dx^3} = \left(y - x\,\frac{dy}{dx}\right)^3$$
$$x^4\,(dx\,d^2y - dy\,d^2x) = (y\,dx - x\,dy)^3$$

que es homogénea de sexto grado respecto x, y, dx, dy, d^2x, d^2y. Efectuando el cambio $x = e^t$, $y = z\,e^t$, teniendo en cuenta que

$$\frac{y}{x} = z, \quad \frac{dx}{x} = dt, \quad \frac{dy}{x} = dz + z\,dt$$
$$\frac{d^2x}{x} = dt^2, \quad \boxed{\frac{d^2y}{x} = d^2z + 2dz\,dt + z\,dt^2}$$

resulta

$$\frac{dx}{x}\cdot\frac{d^2y}{x} - \frac{dy}{x}\cdot\frac{d^2x}{x} = \left(\frac{y}{x}\cdot\frac{dx}{x} - \frac{dy}{x}\right)^3$$

$$dt\,[d^2z + 2dz\,dt + z\,dt^2] - [dz + z\,dt]\,dt^2 = [z\,dt - dz - z\,dt]^3$$
$$d^2z\,dt + dz\,dt^2 = -dz^3$$
$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{dz}{dt} = \left(-\frac{dz}{dt}\right)^3$$

Haciendo

$$\frac{dz}{dt} = p \quad , \quad dz = p \;\; dt$$

resulta la ecuación de Bernouilli

$$p' + p = -p^3$$

Efectuando el cambio

$$\frac{1}{p^2} = -2u \quad , \quad \frac{1}{p^3}\,dp = du$$

resulta la ecuación lineal

$$u' - 2u = -1$$

cuya solución es

$$u = e^{\int 2dt}\left[C_1 - \int e^{-\int 2dt}\,dt\right] = e^{2t}\left[C_1 + \frac{e^{-2t}}{2}\right]$$
$$u = C_1 e^{2t} + \frac{1}{2}$$

Teniendo presente que

$$\frac{dz}{dt} = p \quad , \quad \frac{1}{p^2} = -2u \quad \Rightarrow \quad dz = \frac{1}{\sqrt{-2u}}\,dt$$

si hacemos $k_1 = -2C_1$, resulta

$$dz = \frac{dt}{\sqrt{k_1 e^{2t} - 1}}$$