Un haz de luz monocromática, viaja en el vacío a lo largo del eje Z^{+} de un sistema coordenado x, y, z. La onda electromagnética no se encuentra polarizada. Su Irradiancia es I_0 y su longitud de onda es λ_0. A continuación, se coloca un Polaroide con su eje de transmisión paralelo al eje coordenado "y", y una lámina retardadora $\lambda \backslash 4$, que posee su eje óptico formando un ángulo de 45º con respecto a una vertical paralela al eje coordenado "y". Finalmente se coloca un cristal de "Pitraffita", de caras planas paralelas, con índices n_0 y n_e conocidos (siendo $n_e > n_o$), que tiene su eje óptico paralelo al eje y, cuyo espesor a lo largo del eje z, es de $\frac{37\lambda_o}{2}\frac{1}{|n_e - n_o|}$. Además la onda extraordinaria vibra paralela al eje y.

Determine:

a) Las ecuaciones del campo eléctrico incidente al cristal de Pitraffita, si se quiere que la onda posea una orientación levógira (siniestra, izquierda).

b) Las ecuaciones del campo eléctrico de la onda emergente del cristal de Pitraffita.

c) El valor medio del módulo del vector de Poynting de la onda incidente al Polaroide

d) ¿Qué ocurre si se sustituye el cristal de Pitraffita., por un segundo Polaroid alineado con su eje de transmisión paralelo al eje coordenado x? Explique

Desarrollo

a)

De acuerdo a los datos entregados por el problema, se tiene que:

$$\vec{k} = k\hat{k}\,,\quad k = \frac{2\pi}{\lambda_0}\quad,\quad v = c\,,\quad \omega = \frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot c$$

De la relación

$$\vec{k} \circ \vec{E} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \vec{E}_x\hat{i} + \vec{E}_y\hat{j}$$

Antes de entrar al Polaroide consideremos una onda de la forma:

$$\vec{E}_x = Asen(kz - \omega t)$$
$$\vec{E}_y = Asen(kz - \omega t)$$

Se debe tener en cuenta, que el Polaroide y la lámina retardadora $\lambda \backslash 4$, generan una onda circularmente polarizada.

Como el problema requiere que la onda posea una orientación levógira (siniestra, izquierda), la OEM, será de la forma:

$$\vec{E}_x = Asen(kz - \omega t + \frac{\pi}{2})$$
$$\vec{E}_y = Asen(kz - \omega t)$$

es lo mismo que:

$$\vec{E} = A\cos(kz - \omega t)\hat{i} + Asen(kz - \omega t)\hat{j}$$

al hacer z = 0, y tomando dos valores de ωt ; 0 y $\frac{\pi}{2}$, se verifica que la rotación es levógira.

De la irradiancia: $I = \frac{1}{2}n\varepsilon_0 c E_0^{\,2}$, consideramos $E_0^{\,2} = 2A^2$, donde se obtiene que $A = \sqrt{\frac{I_0}{\varepsilon_0 c}}$

Por lo que podemos escribir:

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{I_0}{\varepsilon_0 c}}\left[\cos(kz - \omega t)\hat{i} + sen(kz - \omega t)\hat{j}\right]\;,$$

También es lo mismo que: $\vec{E}=\sqrt{\frac{I_0}{\varepsilon_0 c}}\left[\cos\frac{2\pi}{\lambda_0}(z-ct)\hat{i}+sen\frac{2\pi}{\lambda_0}(z-ct)\hat{j}\right]$

---

b)
De la ecuación del desfase:
$\delta=\frac{2\pi}{\lambda_0}|n_e-n_0|d$, de acuerdo a los datos se tiene que: $\delta=\frac{2\pi}{\lambda_0}|n_e-n_0|\frac{37}{2}\frac{\lambda_0}{|n_e-n_0|}$ por lo tanto el desfase es: $\delta=37\pi$

A la salida del cristal de Pitraffita, el campo eléctrico de la onda será:

$\vec{E}_x=A\cos(kz-\omega t+k_0 d)$ y $\vec{E}_y=Asen(kz-\omega t+k_e d)$

Como $k_0 d-k_e d=\delta$;

$\vec{E}_x=A\cos(kz-\omega t+k_0 d)$, y $\vec{E}_y=Asen(kz-\omega t+k_o d+37\pi)$
$\vec{E}_x=A\cos(kz-\omega t+k_0 d)$, y $\vec{E}_y=Asen(kz-\omega t+k_o d+\pi+18(2\pi))$
$\vec{E}_x=A\cos(kz-\omega t+k_0 d)$, y $\vec{E}_y=Asen(kz-\omega t+k_o d+\pi)$

Esto nos dice que la onda componente “y”, esta desfasada en 180º, o sea el cristal de de Pitraffita es una lámina retardadora $\lambda/2$, entonces podemos escribir la onda resultante como:

$\vec{E}_x=A\cos(kz-\omega t+k_0 d)$ y $\vec{E}_y=-Asen(kz-\omega t+k_o d)$

o también:

$$\vec{E}=\sqrt{\frac{I_0}{\varepsilon_0 c}}\left[\cos(kz-\omega t+k_0 d)\hat{i}-sen(kz-\omega t+k_o d)\hat{j}\right]$$

---

c)
El valor medio del módulo del Vector de Poynting esta dado como un dato: $\left\langle\vec{S}\right\rangle=I_0$

---

d)
Como la onda que sale de la lámina $\lambda\backslash 4$ es una onda con polarización circular, si se sustituye el cristal de Pitraffita., por un segundo Polaroid alineado con su eje de transmisión paralelo al eje coordenado x, la onda resultante será una onda electromagnética linealmente polarizada.