

ELECTROMAGNETISMO

1. INTRODUCCIÓN

El electromagnetismo estudia la interacción electromagnética, una de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza. Engloba la electricidad y el magnetismo, fenómenos aparentemente distintos pero que en la realidad están íntimamente relacionados.

Ya en la antigua Grecia fueron descritos dos fenómenos fundamentales que constituyen la base de nuestro conocimiento del electromagnetismo. La piedra imán que tiene la propiedad de atraer objetos de hierro y el ámbar frotado con un paño que atrae a cuerpos ligeros. Estos hechos fueron intrascendentes durante muchos siglos, y fue a partir del Renacimiento cuando el electromagnetismo comenzó a desarrollarse como ciencia. La historia de esta disciplina es sinuosa y complicada, por lo que únicamente mencionaremos algunos de los hechos más relevantes que tienen relación directa con lo que aquí estudiaremos.

En 1600, W. Gilbert publica *De Magnete*. En este libro se propone llamar sustancias eléctricas a las que tenían la propiedad del ámbar, y electricidad a dicha propiedad. En 1729, S. Gray descubrió la diferencia entre conductores y aisladores. En 1732, C. F. Dufay concluyó que había dos clases de electricidad a las que llamó vítrea y resinosa, y estableció las bases primitivas del principio de conservación de la carga. En 1746, B. Franklin propuso un modelo teórico para explicar los fenómenos eléctricos conocidos, y cambió el nombre de electricidad vítrea y resinosa por el de positiva y negativa. Como consecuencia de los múltiples experimentos llevados a cabo durante el siglo XVIII se introdujo el concepto de carga eléctrica, y se comprobó que las cargas de distinto signo se atraen y las de igual signo se repelen. La ley que rige estas interacciones entre cargas eléctricas se debe a C. A. Coulomb, quien en 1785 midió, con una balanza de torsión, la fuerza entre dos esferas cargadas.

En el libro *De Magnete* de Gilbert aparece sistematizado todo lo que se conocía sobre el magnetismo. Algunos de los resultados más importantes son los siguientes. La propiedad de la piedra imán puede transmitirse al acero frotando agujas de este material contra la piedra. Una aguja imanada que puede girar libremente en el plano horizontal se orienta espontáneamente en la dirección del meridiano. Una varilla imanada atrae al hierro con una intensidad máxima en sus extremos (por lo que se les llamó polos). Los polos del mismo carácter se repelen, mientras que los de carácter opuesto se atraen. Si se intenta aislar un polo partiendo la varilla en dos, ambos trozos son de nuevo imanes completos con dos polos de carácter opuesto cada trozo. El propio Gilbert descubrió el efecto negativo de la temperatura y el efecto positivo del forjado en la preparación de imanes artificiales. Como sucedió con las fuerzas eléctricas, también fue Coulomb el primero en medir, con su balanza de torsión, las

fuerzas magnéticas entre polos magnéticos.

La primera evidencia concreta de una relación entre la electricidad y el magnetismo tuvo lugar en 1820, cuando H. C. Ørsted descubrió que una corriente eléctrica produce un efecto sobre las agujas magnéticas idéntico al producido por una piedra imán natural. J. B. Biot y F. Savart estudiaron cuantitativamente, el mismo 1820, el fenómeno observado por Ørsted. Para ello, midieron el par de fuerzas producido sobre una aguja magnética por una corriente rectilínea muy larga, y comprobaron, con la ayuda de Laplace, que los efectos producidos por las corrientes se obtenían como la suma de los producidos por cada elemento diferencial de corriente. A partir de estos estudios Biot y Savart definieron el campo magnético creado por una corriente en un punto como la fuerza ejercida por la corriente sobre la carga magnética unidad colocada en ese punto.

Biot y Savart habían planteado sus investigaciones suponiendo la existencia de cargas magnéticas sobre las que actuaban fuerzas. A. M. Ampère, también en 1820, asumió que los imanes eran elementos auxiliares y que lo importante era obtener las leyes que describen las fuerzas entre conductores recorridos por corrientes eléctricas. En una serie de trabajos, experimentales y teóricos, obtuvo la fuerza entre hilos paralelos y generalizó los resultados para corrientes de forma cualquiera. Demostró que las espiras se comportan como imanes cortos, y los solenoides como imanes largos. Todos estos resultados llevaron a Ampère a postular que los imanes deben sus propiedades magnéticas a un sistema de corrientes eléctricas moleculares que existe en su interior. Otra consecuencia muy importante de los estudios de Ampère es la ley que lleva su nombre, llamada así en honor de este gran sabio, aunque él nunca la escribió. La ley de Ampère constituye la base para realizar las discusiones sobre el campo magnético.

Desde que se conoció que las corrientes eléctricas producen fuerzas magnéticas muchos investigadores buscaron el efecto contrario, es decir, la producción de electricidad a partir del magnetismo. El primero en descubrir este efecto fue J. Henry en el verano de 1831, pero su trabajo no fue publicado hasta un año después. A finales del verano de ese mismo año M. Faraday también obtiene la buscada conexión entre electricidad y magnetismo, fenómeno que denominó inducción de corrientes eléctricas. Y es a Faraday a quien se conoce como el descubridor de la inducción electromagnética no sólo porque estableció una prioridad oficial en su publicación, sino fundamentalmente porque realizó una investigación exhaustiva en todos los aspectos del tema. Para la descripción de la inducción Faraday se basó en el concepto de líneas de fuerza. Consideraba las líneas de campo (eléctricas o magnéticas) como entidades reales que llenan el espacio que rodea a las cargas y a las corrientes. Esta visión de los fenómenos electromagnéticos supuso un profundo cambio epistemológico; para Coulomb y Ampère las fuerzas entre cargas y corrientes eran acciones a distancia análogas a las que supuso Newton para explicar la gravitación, para Faraday las cargas y las corrientes producen una modificación real del espacio que se describe mediante líneas de fuerza.

Faraday no formuló una ley cuantitativa de la inducción electromagnética. El primero en obtener una regla sobre la producción de corrientes inducidas fue H. F. Lenz en 1834. A partir de los resultados cualitativos de Faraday y de la ley de Lenz, F. Neumann formuló, en 1847, la ley de inducción de una forma equivalente a la actual.

2. CAMPO ELÉCTRICO

1. En este capítulo estudiaremos la electrostática. La acción recíproca entre las partículas (o cuerpos) cargadas eléctricamente que están en reposo con respecto al sistema inercial de referencia elegido para su estudio, se efectúa mediante el campo electrostático. El campo electrostático es un campo eléctrico estacionario, es decir, que no varía con el tiempo, y está creado por cargas inmóviles. Este campo es un caso particular del campo electromagnético, por medio del cual se realiza la interacción entre las partículas cargadas eléctricamente que, en el caso general, pueden desplazarse arbitrariamente con respecto al sistema de referencia.
2. La carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia. Existen dos tipos de cargas, llamadas positiva y negativa. La carga está cuantizada, siempre se presenta en múltiplos enteros de la unidad fundamental de carga e . La carga del electrón es $-e$ y la del protón $+e$. La magnitud de e es $1,60 \times 10^{-19} \text{C}$, donde el Coulomb (C) es la unidad de carga en el SI.
3. La carga es una magnitud que se conserva, es decir, la suma algebraica de las cargas en un sistema cerrado nunca cambia.
4. La carga eléctrica es un invariante relativista. No importa cual es la velocidad de un electrón, todos los observadores miden el mismo valor $-e$ para su carga.
5. Las cargas interactúan electrostáticamente por medio de la fuerza eléctrica. Esta fuerza es proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. La ley de Coulomb nos proporciona la descripción matemática de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales (ver Figura 1):

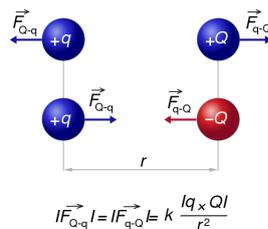


Fig. 1: Ley de Coulomb

$$\vec{F}_{Q-q} = k \frac{Qq}{r^2} \vec{u}_r \quad (1)$$

\vec{F}_{Q-q} es la fuerza ejercida por la carga Q sobre la carga q . La cantidad k es una constante de proporcionalidad cuyo valor depende del sistema de unidades utilizado. En el SI vale aproximadamente $9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Generalmente suele escribirse como $k = 1/4\pi\epsilon_0$, siendo ϵ_0 una nueva constante llamada permitividad del vacío. El vector unitario \vec{u}_r está sobre la

línea que pasa por las dos cargas y apunta en la dirección que va desde Q hacia q . Si Q y q tienen el mismo signo entonces el producto Qq es positivo, y la fuerza apunta en la misma dirección que \vec{u}_r , y por tanto es repulsiva. Pero si Q y q tienen signos contrarios, entonces el producto Qq es negativo, y la fuerza apunta en la dirección opuesta a \vec{u}_r , y por tanto es atractiva. La ecuación (1) muestra que la fuerza que q ejerce sobre Q , es decir \vec{F}_{q-Q} , tiene la misma magnitud y dirección opuesta que \vec{F}_{Q-q} . Por tanto, la fuerza eléctrica obedece a la tercera ley de Newton.

6. El principio de superposición establece que la fuerza eléctrica sobre una carga producida por dos o más cargas (ver Figura 2) es la suma vectorial de las fuerzas producidas por cada carga actuando individualmente (ley de Coulomb: Ecuación (1)):

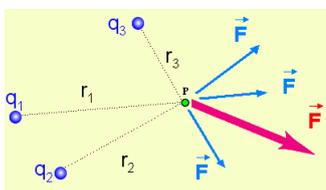


Fig. 2: Principio de superposición

$$\vec{F} = \sum_i^N \vec{F}_i = \sum_i^N k \frac{q_i q}{r_i^2} \vec{u}_{r_i} \quad (2)$$

La validez de este principio está basada en los experimentos que muestran que los fenómenos electromagnéticos se comportan de acuerdo con él. Con la superposición podemos resolver problemas relativamente complicados descomponiéndolos en partes más simples.

7. El campo eléctrico en un punto es un vector que da la fuerza eléctrica que experimenta la unidad positiva de carga colocada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (3)$$

Por tanto, el campo eléctrico que crea una carga q está dado por:

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \quad (4)$$

8. El principio de superposición muestra que el campo eléctrico creado por una distribución de cargas es la suma de los campos creados por sus cargas puntuales individuales:

$$\vec{E} = \sum_i^N \vec{E}_i = \sum_i^N k \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i} \quad (5)$$

Una distribución particular importante es el dipolo eléctrico, que consiste en dos cargas puntuales de igual magnitud pero de signos opuestos, separadas una distancia fija. El campo que crea disminuye, a grandes distancias del dipolo, como el inverso del cubo de la distancia.

9. Una carga puntual en un campo eléctrico experimenta una fuerza $\vec{F} = q \vec{E}$. Si esta es la única fuerza que actúa, la carga experimenta una aceleración $\vec{a} = (q/m) \vec{E}$ de acuerdo con la segunda ley de Newton.
10. Un dipolo eléctrico dentro de un campo uniforme experimenta una fuerza neta $\vec{F} = 0$, ya que está formado por dos cargas iguales y de signos opuestos. Sin embargo, experimenta un par dado por $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$, donde \vec{p} es el momento del dipolo definido como $\vec{p} = q \vec{l}$, siendo q la magnitud de cada carga y \vec{l} un vector dirigido desde la carga negativa hacia la carga positiva y cuyo módulo es la separación entre las cargas. En un campo no uniforme, un dipolo experimenta un par y una fuerza neta distinta de cero.

3. CAMPO MAGNÉTICO

1. El campo magnético interactúa con cargas eléctricas en movimiento. Una partícula con carga q , que se está moviendo con una velocidad \vec{v} en una región donde existe un campo magnético \vec{B} , experimenta una fuerza dada por (ver Figura 3):

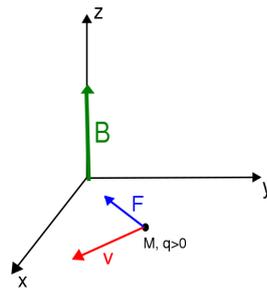


Fig. 3: Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (6)$$

2. Una corriente eléctrica está hecha de cargas eléctricas que se mueven, de modo que si está dentro de un campo magnético experimentará una fuerza magnética. La fuerza sobre un pequeño elemento de corriente de longitud dl es:

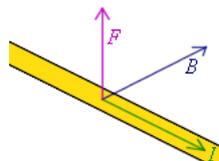


Fig. 4: Fuerza magnética sobre un conductor

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad (7)$$

donde I es la intensidad de la corriente, \vec{B} el campo magnético, y $d\vec{l}$ un vector infinitesimal que apunta en la dirección local de la corriente. Para un hilo recto de longitud l en un campo magnético uniforme, esta ecuación se convierte en:

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}. \quad (8)$$

Para otros casos, en los que el hilo no sea recto o en los que el campo no sea uniforme, la fuerza infinitesimal $d\vec{F}$ debe ser integrada sobre toda la corriente para obtener la fuerza total \vec{F} .

3. Un caso particular importante de una corriente dentro de un campo magnético es el de un circuito cerrado. Tal circuito se comporta como un dipolo magnético con un momento magnético dipolar

$$\vec{\mu} = N I \vec{A} \quad (9)$$

donde N es el número de espiras del circuito, I la intensidad de la corriente que circula por el circuito, y \vec{A} un vector perpendicular al plano del circuito cuya magnitud es el área de una espira. Un circuito cerrado, recorrido por una corriente, dentro de un campo magnético uniforme experimenta una fuerza neta $\vec{F} = 0$, y un par dado por:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (10)$$

Si el campo magnético no es uniforme, el circuito experimenta un par y una fuerza neta distinta de cero.

4. Los campos magnéticos tienen su origen en las cargas eléctricas en movimiento. El campo creado por una corriente estacionaria en un punto P (ver Figura 5) está descrito por la ley de Biot-Savart:

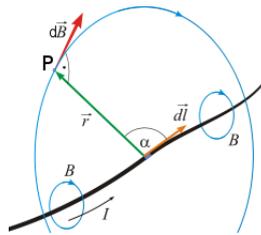


Fig. 5: Ley de Biot-Savart

$$d\vec{B} = k_m I \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \quad (11)$$

donde $d\vec{B}$ es la contribución al campo del elemento de corriente que fluye a lo largo del vector infinitesimal $d\vec{l}$ que está a una distancia r del punto P, y \vec{u}_r es un vector unitario dirigido desde $d\vec{l}$ hacia P. k_m es una constante

de proporcionalidad cuyo valor depende del sistema de unidades utilizado, en el SI vale aproximadamente 10^{-7} N/A^2 . Generalmente suele escribirse como $k_m = \mu_0/4\pi$, siendo μ_0 una nueva constante llamada permeabilidad magnética del vacío. A partir de la ecuación (11) puede obtenerse, por integración, el campo magnético total creado por un conductor de forma cualquiera.

5. Un caso particular importante es el campo total creado por un conductor rectilíneo infinito, cuya expresión (obtenida por Biot y Savart)

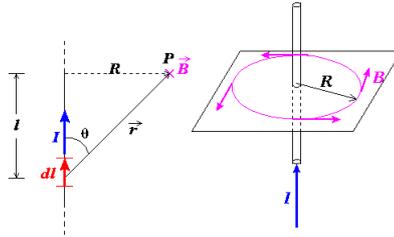


Fig. 6: Campo creado por un conductor rectilíneo infinito

$$\vec{B} = 2k_m \frac{I}{R} \vec{u}_t \quad (12)$$

siendo \vec{u}_t un vector unitario tangente a la circunferencia con centro en el conductor, que pasa por el punto donde calculamos el campo, y que está contenida en el plano perpendicular al conductor. Esto explica por qué, en el experimento de Ørsted, la aguja magnética se orienta perpendicular al hilo de corriente.

6. El campo magnético producido por una corriente ejerce una fuerza sobre corrientes próximas. Resulta sencillo el cálculo para el caso de dos conductores rectilíneos infinitos y paralelos, separados una distancia r , por los que circulan intensidades I_1 e I_2 . Consideremos que las dos corrientes circulan en el mismo sentido (ver Figura 7), entonces basándonos en las ecuaciones (8) y (12) se obtiene que la magnitud de la fuerza por unidad

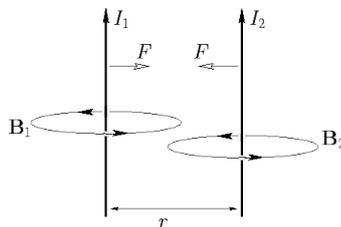


Fig. 7: Fuerza entre dos hilos paralelos

de longitud de los hilos está dada por:

$$F = 2k_m \frac{I_1 I_2}{r} . \quad (13)$$

Esta fuerza está contenida en el plano perpendicular a los hilos, y su dirección se muestra en la Figura (7).

7. La ley de Ampère relaciona la integral de línea del campo magnético alrededor de una curva arbitraria cerrada con la corriente que atraviesa la superficie limitada por dicha curva (ver Figura 8) :

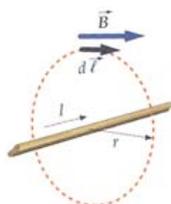


Fig. 8: Ley de Ampère

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{neta}}. \quad (14)$$

Esta ley vale para corrientes continuas. Puede usarse para calcular el campo magnético en casos con suficiente simetría (conductores largos y rectilíneos, planos de corriente, solenoides, toroides). Es una ley muy general, de la cual puede deducirse la ley de Biot-Savart.

4. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

1. El flujo de un campo magnético a través de una superficie se define como (ver Figura 9):

$$\phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (15)$$

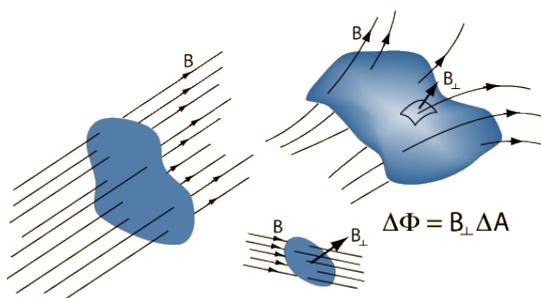


Fig. 9: Flujo magnético

2. La inducción electromagnética es un fenómeno fundamental que enlaza el magnetismo y la electricidad. La inducción está descrita por la ley de Faraday, que establece que un campo magnético que está cambiando produce un campo eléctrico inducido. Este campo eléctrico inducido no es

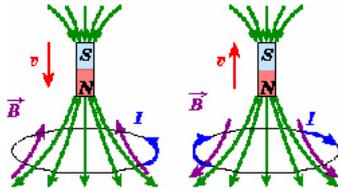


Fig. 10: Ley de Faraday

un campo conservativo como lo es el electrostático creado por una carga eléctrica. Mientras que la integral de línea del campo electrostático alrededor de una curva cerrada es cero, la integral de línea del campo eléctrico inducido alrededor de una curva cerrada es igual a la variación con el tiempo del flujo magnético a través de cualquier superficie limitada por la curva cerrada:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (16)$$

3. Para que se conserve la energía, la corriente creada por el campo eléctrico inducido da lugar a un campo magnético que se opone a la variación del flujo. Esta particularidad de la ley de Faraday se llama ley de Lenz y se refleja matemáticamente en el signo menos que aparece en la parte derecha de la ecuación (16).
4. Cuando está presente un conductor, el campo eléctrico no conservativo se manifiesta como una fuerza electromotriz (fem) inducida:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}. \quad (17)$$

Esta fem produce una corriente inducida en cualquier circuito con resistencia finita (ver Figura 10). No importa si el flujo del campo magnético se cambia moviendo un conductor dentro de un campo magnético, o moviendo un campo magnético cerca de un conductor, o cambiando la forma o la orientación del conductor. La generación de energía eléctrica moviendo conductores dentro de campos magnéticos es un ejemplo tecnológico importante de corrientes inducidas.