

# MECÁNICA

## INTRODUCCIÓN

La mecánica es la descripción matemática del movimiento, por lo que debe de combinar la geometría y el análisis con la observación del mundo físico.

La mecánica clásica se suele divide en dos partes: cinemática y dinámica. La cinemática estudia el movimiento de los cuerpos sin atender a las causas que lo producen., mientras que la dinámica estudia el movimiento en relación a las causas de éste.

Los griegos poseían unas matemáticas relativamente avanzada y elaboraron las primeras concepciones mecánicas, motivados por la necesidad de manejar palancas y otras máquinas. Destaca la figura de Arquímedes (287-212 a. C.) que fue un extraordinario geómetra e ingeniero.

Los filósofos escolásticos de los siglos XIII y XIV trataron de definir nociones mecánicas como la velocidad, aceleración y fuerza introduciendo los correspondientes elementos matemáticos, aún hoy día se discute su influencia en la física del siglo XVII.

En el siglo XV y principios del XVI la marcha de la mecánica se hizo más lenta, hasta que a finales del XVI, Galileo (1564-1642) introduce el razonamiento experimental, dando un vuelco a la física, pasando ésta a constituirse como ciencia. Galileo abandona las teorías geocéntricas sustituyéndolas por el heliocentrismo de Copérnico (1472-1543) y desarrolla la cinemática, sentando los orígenes de la mecánica actual.

La mecánica del siglo XVII culminó con la publicación del libro más famoso de la física y uno de los más importantes de la historia del pensamiento occidental, el *Philosophiae naturalis principia mahematica*, de Newton (1643-1727). Sus famosas tres leyes son la base de toda la dinámica desarrollada posteriormente y su ley de la gravitación universal, la base fundamental del desarrollo cosmológico. Con una argumentación matemática rigurosa proporcionó las herramientas para analizar, comprender y predecir el movimiento tanto de una partícula elemental como el de cuerpos más grandes.

Los siglos XVIII y XIX fue una época de estructuración para la mecánica, las matemáticas y la física se desarrollan no solo en constante interacción, sino estrechamente unidas., creándose nuevos métodos que permiten abordar más fácilmente complejos sistemas mecánicos.

La mecánica formulada parecía poder determinar el estado del movimiento de todo sistema en cualquier instante. Pero esta idea se rompió por varios frentes, uno de ellos, el estudio del movimiento de sistemas complejos con muchas variables, hizo necesario recurrir al empleo de promedios y leyes probabilísticas, lo que llevó al desarrollo de la llamada Mecánica Estadística; otra ruptura la introdujo la Mecánica Cuántica, ya que los sistemas que ésta trata obedecen a leyes de naturaleza distinta que las de los sistemas mecánicos.

## 1 SISTEMAS DE MEDIDA

### Magnitudes físicas

La magnitud de una cantidad física se expresa mediante un número y una unidad.

### Sistema Internacional (SI)

Las unidades fundamentales del SI son el metro (m), el segundo (s), el kilogramo (kg), el kelvin (K), el amperio (A), el mol (mol) y la candela (cd).

Las unidades de toda magnitud física pueden expresarse en función de estas unidades fundamentales.

Los factores de conversión, que son siempre igual a 1, son un método para convertir un tipo de unidad en otra.

**Tabla 1. Unidades derivadas**

|                 |                    |   |
|-----------------|--------------------|---|
| Fuerza          | newton             | $1\text{N} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ |
| Trabajo         | julio (J)          | $1\text{J} = 1\text{ N}\cdot\text{m}$             |
| Potencia        | vatio (W)          | $1\text{ W} = 1\text{J}/\text{s}$                 |
| Frecuencia      | hertz (Hz)         | $1\text{Hz} = \text{s}^{-1}$                      |
| Carga           | culombio (C)       | $1\text{ C} = 1\text{ A}\cdot\text{s}$            |
| Potencial       | voltio (V)         | $1\text{ V} = 1\text{ J}/\text{C}$                |
| Resistencia     | ohmio ( $\Omega$ ) | $1\ \Omega = 1\text{ V}/\text{A}$                 |
| Capacidad       | faradio (F)        | $1\text{ F} = 1\text{ C}/\text{V}$                |
| Campo magnético | tesla (T)          | $1\text{ T} = 1\text{N}/(\text{A}\cdot\text{m})$  |
| Flujo magnético | weber (Wb)         | $1\text{Wb} = \text{T}\cdot\text{m}^2$            |
| Inductancia     | Henry (H)          | $1\text{ H} = 1\text{ J}/\text{A}^2$              |

### Dimensiones de las magnitudes físicas

Ejemplo: las dimensiones de la velocidad son L/T.

Los dos miembros de una ecuación deben tener las mismas dimensiones.

### Notación científica

Números muy grandes o pequeños se simplifican escribiendo un número entre 1 y 10 que multiplica a una potencia de 10. La suma o resto de dos números en notación científica se simplifica si se escriben de modo que la potencia de 10 sea la misma en ambas.

### Cifras significativas

Cifra significativa es todo dígito cuyo valor se conoce con seguridad, se exceptúa el cero cuando se utiliza para situar el punto decimal. Ejemplo: 0,00321 tiene tres cifras significativas, las tres últimas, los tres ceros no son cifras significativas. El 1,040 tiene cuatro cifras significativas

El número de cifras significativas del resultado de una multiplicación o división debe ser menor o igual que el menor número de cifras significativas de cualquiera de los factores.

El resultado de la suma o resta de dos números carece de cifras significativas más allá de la última cifra decimal en que ambos números originales tienen cifras significativas.

### Órdenes de magnitud

Al realizar cálculos aproximados o comparaciones se suele redondear un número hasta la potencia de 10 más próxima. Ejemplo  $8 \times 10^{-4}\text{ m} \approx 10^{-3}\text{ m}$ . Se dice que el orden de magnitud es  $10^{-3}$ . El radio medio de la Tierra es 6370 km, es decir un orden de magnitud de  $10^7\text{ m}$

**Tabla 2. Prefijos de las potencias de 10.**

| Múltiplo   | Prefijo | Abreviatura |
|------------|---------|-------------|
| $10^{18}$  | exa     | E           |
| $10^{15}$  | peta    | P           |
| $10^{12}$  | tera    | T           |
| $10^9$     | giga    | G           |
| $10^6$     | mega    | M           |
| $10^3$     | kilo    | k           |
| $10^2$     | hecto   | h           |
| $10^1$     | deca    | da          |
| $10^{-1}$  | deci    | d           |
| $10^{-2}$  | centi   | c           |
| $10^{-3}$  | mili    | m           |
| $10^{-6}$  | micro   | $\mu$       |
| $10^{-9}$  | nano    | n           |
| $10^{-12}$ | pico    | p           |
| $10^{-15}$ | femto   | f           |
| $10^{-18}$ | atto    | a           |

## 2 CINEMÁTICA

Magnitudes para caracterizar el movimiento de una partícula en dos dimensiones:

- o Vector de posición,  $\vec{r}$ , apunta desde el origen de coordenadas a la posición de la partícula:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \quad (1)$$

- o Vector desplazamiento,  $\Delta\vec{r}$ , es el cambio de posición de la partícula:  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

- o Vector velocidad media,  $\vec{v}_m$ , es el cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo  $\Delta t = t_2 - t_1$

$$\vec{v}_m = \Delta\vec{r}/\Delta t \quad (2)$$

- o Vector aceleración media,  $\vec{a}_m$ , es el cociente entre la variación del vector velocidad  $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t$ :

$$\vec{a}_m = \Delta\vec{v}/\Delta t \quad (3)$$

### Movimiento rectilíneo uniforme

En el movimiento rectilíneo uniforme el vector velocidad es constante, es decir la velocidad se mantiene constante en módulo, dirección y sentido. Si  $\vec{r}_0$  es el vector de posición en el instante inicial  $t_0$ :

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0) \quad (4)$$

Cuando una partícula se mueve en línea recta podemos elegir como eje  $OX$  dicha recta, se habla de movimiento en una dimensión. La posición respecto al origen  $O$  se describe mediante la coordenada  $x$ . En un intervalo de tiempo  $\Delta t = t - t_0$ :

$$x = x_0 + v(t - t_0) \quad (5)$$

### Movimientos rectilíneo uniformemente acelerado

El vector aceleración es constante, es decir se mantienen constantes su módulo, dirección y sentido:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0) \quad (6)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2 \quad (7)$$

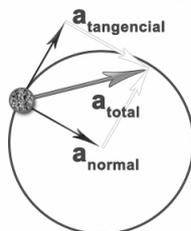
En una dimensión:

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad (8)$$

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (9)$$

### Movimiento en dos dimensiones: movimiento circular uniforme

La trayectoria es en general una curva, el vector velocidad cambia de dirección y una de las componentes de la aceleración, la denominada aceleración normal (o centrípeta) da cuenta de este cambio, la aceleración normal siempre existe; en cambio la otra componente, la aceleración tangencial, puede ser cero.



Dibujo 1: componentes de la aceleración

La aceleración normal,  $\vec{a}_n$ , es perpendicular a la trayectoria, nos informa del cambio de dirección del vector velocidad,  $\vec{v}$ . Si  $R$  es el radio de curvatura de la trayectoria, el módulo de  $\vec{a}_n$  es

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (10)$$

La aceleración tangencial,  $\vec{a}_t$ , es tangente a la trayectoria, nos informa del cambio en módulo del vector velocidad,

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad (11)$$

Un movimiento curvilíneo uniforme tiene celeridad  $v$  constante, por lo que su aceleración tangencial es nula, pero su aceleración centrípeta (normal) es distinta de cero.

Un caso particular importante de movimiento en dos dimensiones es el *movimiento circular*.

Cuando una partícula se mueve en un círculo de radio  $R$  con celeridad  $v$  constante, tiene *movimiento circular uniforme*. En cada punto el vector velocidad es tangente al círculo y la aceleración normal está dirigida hacia el centro del círculo, la celeridad angular  $\omega$  es:

$$\omega = v/R, \quad (12)$$

la frecuencia,  $f$ , es el número de vueltas en la unidad de tiempo, se relaciona con  $\omega$  a través de

$$f = \omega/2\pi, \quad (13)$$

el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta se denomina período,  $T$ ,

$$T = 2\pi/\omega, \quad (14)$$

y el ángulo descrito es

$$\theta = \theta_0 + \omega t \quad (15)$$

### 3 LEYES DE NEWTON

Los principios básicos de la mecánica clásica se enuncian a través de las tres leyes de Newton

**Ley 1.** Una partícula libre (es decir, que no está sujeta a ninguna interacción) permanece en su estado inicial de reposo o movimiento rectilíneo uniforme.

**Ley 2.** La aceleración de una partícula es inversamente proporcional a su masa y directamente proporcional a la fuerza externa neta que actúa sobre ella.

$$\vec{a} = \vec{F}_{neta} / m \quad (16)$$

**Ley 3.** Si un cuerpo A ejerce una fuerza sobre el cuerpo B, una fuerza igual pero de sentido contrario es ejercida por el cuerpo B sobre el A (Principio de acción y reacción).

Estas leyes sólo son válidas en los sistemas de referencia inerciales.

#### Masa

La masa es una propiedad intrínseca de un objeto que mide su resistencia a la aceleración y es independiente de lugar que ocupa en el espacio. Puede compararse la masa de un objeto con otro aplicando la misma fuerza a ambos y midiendo las aceleraciones producidas sobre ellos ( $m_1/m_2 = a_1/a_2$ ).

#### Fuerzas

La fuerza se define en función de la aceleración que produce en una partícula de masa conocida.

- Su unidad en el sistema internacional es el Newton,  $1\text{N} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$ .
- La fuerza es una magnitud vectorial.
- La fuerza neta sobre una partícula puede obtenerse de la suma vectorial de las distintas fuerzas que actúan sobre ella.
- La aceleración de un cuerpo es siempre paralela a la dirección de la fuerza neta.

#### Fuerzas o interacciones fundamentales

Existen cuatro tipos de interacciones fundamentales que permiten explicar todas las fuerzas observadas en la Naturaleza

- La fuerza gravitatoria.
- La fuerza electromagnética.
- La fuerza nuclear fuerte.
- La fuerza nuclear débil.

Las fuerzas cotidianas que se observan entre los objetos (normal, rozamiento, tensión, elasticidad,...) surgen de las fuerzas intermoleculares, que derivan de la interacción electromagnética.

### Método general de resolución de problemas relacionados con las leyes de Newton

1. Dibujar un diagrama claro, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo
2. Elegir un sistema de referencia y aplicar la segunda ley de Newton en forma de componentes
3. Recopilar toda la información adicional existente y resolver el sistema de ecuaciones.
4. Comprobar si el resultado obtenido es razonable.

## 4 Trabajo y energía

### Trabajo

En física, una fuerza realiza un trabajo cuando actúa sobre un objeto que se mueve una distancia y existe una componente de la fuerza a lo largo de la línea de movimiento.

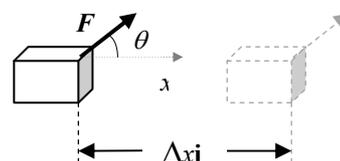
El trabajo  $W$  realizado por una fuerza  $\vec{F}$  constante cuyo punto de aplicación se traslada una distancia  $\Delta x$  es:

$$W = F_x \cos \theta \Delta x = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} \quad , \quad (17)$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre la dirección de  $\vec{F}$  y el eje de  $OX$ , y  $\Delta x$  es el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza.

El trabajo es una magnitud escalar que es positiva si  $\Delta x$  y  $F_x$  tienen signos iguales, y negativa si tienen signos distintos.

Las dimensiones del trabajo son las de una fuerza por una distancia. La unidad de trabajo y energía del SI es el julio ( $J$ ), igual al producto de un newton ( $N$ ) por un metro ( $m$ ).



$$1J = N \cdot m$$

Cuando varias fuerzas  $F_1, F_2, \dots$  realizan trabajo simultáneamente sobre una partícula, los desplazamientos de los puntos de aplicación de cada una de las fuerzas son iguales y el trabajo realizado por todas ellas en un desplazamiento  $\Delta x$  es:

$$W_{total} = F_{1x} \Delta x + F_{2x} \Delta x + \dots = (F_{1x} + F_{2x} + \dots) \Delta x = F_{neta} \Delta x \quad (18)$$

### Teorema del trabajo-energía cinética

Existe una importante relación entre el trabajo neto realizado por una partícula y la velocidad de ésta entre las posiciones inicial y final. De acuerdo con la 2ª ley de Newton

$$F_{neta} = ma_x \quad (19)$$

Si la fuerza es constante la aceleración es constante y ésta está relacionada con el desplazamiento  $\Delta x$ , la velocidad inicial  $v_i$  y la velocidad final  $v_f$  mediante

$$a_x = \frac{1}{2\Delta x} (v_f^2 - v_i^2) \quad (20)$$

Sustituyendo ésta última expresión en la ec. (18) y ésta a su vez en la ec. (19) obtenemos

$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \Delta E_c \quad (21)$$

Esta relación, llamada *teorema de trabajo-energía*, es válida para fuerzas tanto constantes como variables y para trayectorias tanto rectas como curvas.

La *energía cinética* es la energía asociada al movimiento de un cuerpo y está relacionada con su masa y su velocidad por la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad (22)$$

Así el trabajo realizado sobre la partícula es igual a la variación de la energía cinética de la misma. La energía cinética es un magnitud escalar, siempre positiva o cero.

### Fuerzas conservativas. Energía potencial

Una fuerza es conservativa si el trabajo total que realiza sobre una partícula es cero cuando la partícula recorre una trayectoria cerrada y vuelve a su posición inicial. El trabajo realizado por una fuerza conservativa sobre una partícula es independiente de la trayectoria seguida por la partícula cuando se mueve desde un punto a otro.

La energía potencial gravitatoria  $E_p$  de un cuerpo de masa  $m$  a una altura  $y$  por encima de un punto de referencia es:

$$E_p = mgy. \quad (23)$$

La energía potencial de un muelle  $E_{pe}$ , de constante de fuerza  $k$ , cuando se alarga o se contrae una distancia  $x$  desde el equilibrio viene dado por:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} kx^2. \quad (24)$$

Si la fuerza es conservativa se puede calcular el trabajo realizado calculando la variación de energía potencial:

$$W = -\Delta E_p = -(E_{pf} - E_{pi}), \quad (25)$$

Siendo  $E_{pi}$  y  $E_{pf}$  las energías potenciales en los puntos inicial y final respectivamente.

La *energía mecánica* de un cuerpo es la suma de su energía cinética y su energía potencial.

$$E_m = E_c + E_p \quad (26)$$

Si las fuerzas que actúan sobre una partícula son *conservativas*, teniendo en cuenta las ecs. (21) y (25):

$$W = \Delta E_c = -\Delta E_p = E_{cf} - E_{ci} = -(E_{pf} - E_{pi}) \quad (26)$$

y realizando operaciones, obtenemos la *ley de conservación de la energía mecánica* :

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{cf} + E_{pf} = \text{constante}. \quad (28)$$

El trabajo realizado por fuerzas no conservativas se manifiesta como cambios en la energía interna de los cuerpos. Si sobre un cuerpo actúan fuerzas conservativas y no conservativas podemos escribir

$$W_{nc} = (E_{cf} + E_{pf}) - (E_{ci} + E_{pi}) = \Delta E_m \quad (29)$$

### Potencia

La potencia es la energía transferida por unidad de tiempo de un sistema a otro. Si una fuerza  $\vec{F}$  actúa sobre una partícula que se mueve con velocidad  $\vec{v}$ , la potencia es:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (30)$$

La unidad de potencia en el SI es el vatio ( $W$ ):  $1W = 1J/1s$ .

## 5 BIBLIOGRAFÍA y REFERENCIAS

- FEYNMAN, R.: *El carácter de la ley Física* (Ed. Bosch).  
 GAMOW, G.: *Biografía de la Física*. (Ed. Alianza).  
 SEARS *et al.*: *Física Universitaria* (Ed. Fondo Educativo Interamericano).  
 SERWAY. *Física*. (Ed. McGraw-Hill).  
 TIPLER, Paul y MOSCA, Gener: *Física* (Ed. Reverté).  
 Tablas 1 y 2 según Tipler-Mosca.