Práctica 3. CONSTANTE ELÁSTICA DE UN MUELLE

OBJETIVOS

- Determinar la constante elástica de un muelle por el método estático y por el dinámico.
- Determinar la masa efectiva del muelle en el movimiento.
- Determinar la masa de un sólido problema, a partir de las relaciones obtenidas.

MATERIAL

- Soporte para muelle.
- Juego de pesas con portapesas.
- Escala graduada.
- Cronómetro.
- Balanza de precisión.

FUNDAMENTO TEÓRICO

Según la Ley de Hooke, para cuerpos con elasticidad lineal, las deformaciones son proporcionales a las fuerzas que las producen.

$$F = k\,(l - l_0) \tag{3-1}$$

Donde l es la longitud del muelle deformado y l_0 es la longitud natural del muelle sin deformar. La deformación del muelle es $(l - l_0)$. Y k es la constante elástica del muelle, que se pretende determinar.

Se van a aplicar dos procedimientos para su determinación:

1) **Método estático**. Consiste en colgar sucesivamente distintas pesas para producir alargamientos diferentes y representar gráficamente la relación entre fuerza y alargamiento, que será una recta según la ecuación (3-1), de cuya pendiente se obtiene k.

2) **Método dinámico**. Cuando no cuelga ninguna masa del muelle alcanza su longitud natural l_0. Al colocar una masa M se estira hasta que alcanza una longitud l, y en la nueva posición de equilibrio la fuerza recuperadora $F = k(l - l_0)$ iguala al peso de la masa que cuelga del muelle.

$$k(l - l_0) = Mg \tag{3-2}$$

Se aplica una fuerza adicional para producir un nuevo alargamiento, x, la fuerza recuperadora será $k((l - l_0) + x)$, dirigida hacia arriba. La fuerza total sobre la masa es:

$$F_T = Mg - k((l - l_0)+x) \tag{3-3}$$

Teniendo en cuenta (3-2), la expresión (3-3) queda:

$$F_T = M\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{3-4}$$

la ecuación diferencial del movimiento armónico simple, cuyo periodo T es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \tag{3-5}$$

Hasta aquí no se ha tenido en cuenta la masa del muelle. No todas las partes de éste oscilan con la misma amplitud. La amplitud del extremo inferior es la misma que la de la masa colgada, M, y la del punto superior, por donde el muelle está sujeto, es cero. Para tener en cuenta el movimiento del muelle, en la expresión (3-5) debemos añadir una fracción, f < 1, de la masa del muelle m.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(M + f\cdot m)}{k}} \tag{3-6}$$

Que elevando al cuadrado queda:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}(M + f\cdot m) \tag{3-7}$$

Si se representan los valores de T^2 en función de M y luego se ajusta la recta de regresión, de su pendiente puede obtenerse k y de la ordenada en el origen, el valor de f.

<u>MÉTODO OPERATORIO</u>

1) ***Caso estático***.

- Determine la masa de cada una de las pesas que se vayan a utilizar y la del .portapesas.
- Cuelgue el portapesas y determine, con la escala métrica adosada, su posición de equilibrio l_0.
- Coloque pesas, sucesivamente, aumentando poco a poco el peso P, en el portapesas y mida la longitud final del muelle, *l*, en cada caso. Opere como mínimo con 10 valores distintos. Anote las parejas de valores del peso y del alargamiento neto (P, $(l - l_0)$) en una tabla indicando las unidades.
- Represente gráficamente el peso, P, en función del alargamiento, $(l - l_0)$.
- Ajuste la recta de regresión.
- Calcule el valor de k y su cota de error, a partir de los resultados del ajuste, teniendo en cuenta la ecuación (3-1).
- Repita la experiencia para los diferentes muelles suministrados.

- Coloque el sólido problema. Anote el alargamiento producido y por medio de la recta de ajuste despeja su peso y de ahí su masa. Expresa el resultado completo.

2) *Caso dinámico*

- Cuelgue la primera pesa. Una vez alcanzado el equilibrio tire de ella suavemente hacia abajo, separándola un poco de la posición de equilibrio y suéltela después.

- Deje que la pesa realice las primeras oscilaciones y cuando se estabilicen, cronometra el tiempo, t, que tarda en hacer N oscilaciones, (entre 10 y 20). Obténga el valor del periodo T = t/N.

- Repita las operaciones anteriores para diferentes masas, M y lleve los resultados a una tabla.

- Represente gráficamente T^2 en función de M.

- Calcule la recta de regresión y de los resultados obtenidos y teniendo en cuenta la ecuación, (3-7), halla los valores de k y f. Si no se indicase la masa del muelle, determínala en la balanza.

- Repita la experiencia con los muelles suministrados.

- Coloque el sólido problema en el, deje que oscile, como en los casos anteriores, y contabilize su periodo de oscilación. Observe, en la recta de regresión obtenida, el valor de la masa que le corresponde a este periodo, que será la masa del cuerpo problema que se desea obtener.

CUESTIONES

1. Compare los valores de la constante elástica, k, obtenida por los dos métodos.

2. Demuestre teóricamente que f = (1/3), de manera que la masa efectiva total del sistema oscilante es M + (1/3)m.

3. Explique cómo se podría utilizar un muelle vertical, tal como los utilizados en esta práctica, para determinar el valor de la aceleración gravitatoria.

4. Compare entre sí los dos valores obtenidos de la masa del cuerpo problema, y éstos con el valor medido mediante la balanza de precisión. Comentar los resultados.