Demostrar que (1) es igual a (2)

(1)

$$\vec{\omega} = \nabla \quad \vec{u} \quad = \begin{bmatrix} i & j & k \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{bmatrix}$$

(2)

$$\omega_{i} = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}$$

Esta es la ecuación de vorticidad (mecánica de los fluidos). Creo que es una ecuación general en la mecánica.

$$\omega = \nabla \quad u$$

la primera es:
Expresión en coordenadas cartesianas del rotacional,

$$\nabla \times \vec{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x} + \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$$

Expresado como un producto vectorial utilizando el operador nabla, calculable mediante un determinante nos da la expresión (1).

Y el (2) expresado en la notación de Einstein, con el símbolo de Levi-Civita.