Autor: Salvador Díaz Burgos

Estudiante de 2º de Ingeniería Técnica de Telecomunicación.

La puntuación va acorde con la duración del problema.

No es necesaria calculadora, por lo tanto no se permite usarla.

La duración total es de <u>2 horas para la parte de integración y 1:45 horas para la parte de derivación.</u>

<u>Derivación (1:45 horas) (EJ 1, 5:3 PTS; EJ 2, 4: 1PTO; EJ 3: 1'5PTS; EJ 6: 0'5PTS)</u>

<u>NOTA: Leer con atención</u>. *Cuando tenemos la función* $y = (sen(x))^x$, *procedemos de la siguiente manera para hallar su derivada (saltándome pasos intermedios):*

$Tomamos\ logaritmos\ en\ ambos\ miembros$

$ln(y) = x \cdot ln\big(sen(x)\big) \rightarrow porla\ regla\ de\ la\ cadena, sabemos\ que$

$$[lnf]' = \frac{1}{f} * f'$$

Luego

$(1/y)y' = ln(sen(x))\ +\ xcotg(x)\ \rightarrow Y' =\ y\left[ln\big(sen(x)\big) +\ xcotg(x)\right] \rightarrow\ y' = (sen(x))^x[ln(sen(x))\ +\ xcotg(x)]$.

1- Hallar la derivada segunda de las siguientes funciones:

$$y = tg^3\frac{\pi x}{6}$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}, x \neq 0$$

$$y = (1 + \frac{1}{x})^x, tomando\ logaritmos$$

2- Dadas las funciones $f(x) = 1 - x\ y\ g(x) =$ 1-$sen(\frac{\pi x}{2})$, hallar $\frac{g'(1)}{f'(1)}$ y $\frac{f'(1)}{g'(1)}$.

3- Hallar z', siendo $z(x) = x^{x^x}$.

4- Hallar la ecuación de la recta tangente en el punto (1,0) a la función $y = \sqrt[3]{x-1}$.

5- Dada $y = x\ln(x)\,x^{x^x}$, demostrar que $y' = x^{x^x}(x^x(x(ln(x))^3 + x\,(ln(x))^2 + ln(x)) + \ln(x) + 1)$. <u>Recomendación:</u> llamar $g(x) = x;\ h(x) = ln(x);\ z(x) = x^{x^x}$, y g', h' y z' las respectivas derivadas, para trabajar con más facilidad y aplicar mejor la regla de la cadena. Una vez planteada la derivación, sustituir las funciones y simplificar.

6- Definir el concepto de derivada de una función en un punto.

Integración (2 horas)

(1 punto) PROBLEMA 1

Resolver la ecuación

$$\int 1000^x dx = \emptyset$$

(1 punto) PROBLEMA 2

Hallar la primitiva

$$F(x) = \int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$$

usando el cambio de variable $t = 1 + \sqrt{x}$.

(2 puntos) PROBLEMA 3

La Relación de Euler se define como,

$$e^{\delta i} = cos(\delta) + i \cdot sen(\delta)$$

donde $i = \sqrt{-1}$*, con* $i \in \mathbb{C}$.

Hallar la primitiva de

$$f(z) = \frac{e^i}{z^2 + 2z + 2}$$

respecto de la variable z, y dejar el resultado en función de $cos(1), sen(1)$, 'i' usando la Relación de Euler.

Nota: la respuesta va en función de un arco-tangente de "algo", para llegar a él, completar cuadrado en el denominador de $f\ (z)$ usando la igualdad

$$" \ ax^2 + bx + c = (p + x)^2 + q \ "$$

Sabiendo que a=1 y b=c=2. Una vez hallada la primitiva, conseguir el valor de C tal que la primitiva pase por el punto z=$\frac{5}{2}i^2\pi$. (C es la constante de integración).

(2 puntos) PROBLEMA 4

Dada

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot ln(x)} \cdot ln\ [ln\ (x)],$$

hallar $F(e) - F(1)$, donde $F(x)$ resulta de integrar $f(x)$ respecto de x.

Nota: identificar derivada para un correcto cambio de variable, es practicamente inmediata.

(2 puntos) PROBLEMA 5

Hallar el área encerrada por la función $ex^2 - e = 2 \cdot f(x)$ y el eje OX. Dejar el resultado en función de 'e'. Representar de manera aproximada la gráfica de $f(x)$ para facilitar el problema.

(1 punto) PROBLEMA 6

Demostrar que la solución de la ecuación $\int e^\theta d\theta = \frac{d[e^{3\theta}sen(3)]}{d\theta}$, respecto de θ, es

$\theta = \ln\left[\frac{1}{\sqrt{3sen(3)}}\right]$. *Nota:* $\frac{df}{dx}$ *denota la derivada de f respecto de x.*

(1 punto) PROBLEMA 7

Demostrar razonadamente cuánto vale el área encerrada por $y(x) = sen(x)$ y el eje x. Lo mismo con la recta $x - 0'1234 = y(x)$ y el eje y. Afirmar o refutar si $\int \cos(x)dx = \int sen(x - 2\pi)dx$.