

1. Considere un planeta de radio R cuya densidad, debido a la heterogeneidad de su estructura, no es uniforme, sino que varía en función de la distancia a su centro del siguiente modo:

$$\begin{cases} \rho(r) = \rho_0 & \text{para } r \leq R/2 \\ \rho(r) = \rho_0 \frac{R/2}{r} & \text{para } r \geq R/2 \end{cases}$$

Se pide:

- a) Escriba las ecuaciones que definen el campo gravitatorio en función de la distancia al centro del planeta, $g(r)$, para todo el intervalo $r \in (0, \infty)$ y represéntelas gráficamente indicando y acotando los puntos más significativos.
- b) Si se perfora un agujero cilíndrico de radio $r \lll R$ desde la superficie hasta el centro del planeta, y dejamos en reposo sobre él una partícula de masa $m \lll M$, donde M es la masa del planeta, calcule qué velocidad tendrá la partícula cuando alcance el centro del planeta.