

$$g(r)4\pi r^2 = -4\pi G \iiint \rho(r)d^3r$$

Utilizando coordenadas esféricas

$$\iiint \rho(r)r^2 \text{sen}\theta dr d\theta d\varphi$$

Para el caso de $r < R/2$

$$g(r)4\pi r^2 = -4\pi G \rho_0 \frac{R^3}{6} \pi$$

$$g(r) = -G \rho_0 \pi \frac{R^3}{6 r^2}$$

Para el caso de $r > R/2$

$$g(r) = -G \rho_0 \pi \frac{3R^3}{4r^2}$$

Para el caso de $r > R$

$$g(r) = -G \frac{M}{r^2}$$